

Machines thermiques

1. Installation frigorifique* On conçoit une installation frigorifique devant fonctionner avec une température extérieure de 25°C et une température intérieure de -20°C . De plus, il faut pouvoir évacuer 4.10^5 Joules par heure compte tenu de la qualité de l'isolement thermique de l'installation. Quelle est la puissance minimale à prévoir pour le compresseur de cette installation?

2. Réfrigérateur réversible puis irréversible* Un réfrigérateur fonctionne entre deux sources de températures constantes $T_C = 300\text{ K}$ et $T_F = 263\text{ K}$ respectivement. On désigne par W le travail reçu par la machine et par Q_C et Q_F les transferts thermiques reçus des sources respectivement chaude et froide, par cycle.

1. Calculer l'efficacité η_r du réfrigérateur si le réfrigérateur fonctionne de manière réversible.
2. On constate en fait que le rapport des transferts thermiques effectués au cours d'un cycle est lié au rapport des températures des sources par la relation

$$\frac{|Q_C|}{|Q_F|} = k \frac{T_C}{T_F} \quad \text{où } k \text{ est une constante positive.}$$

- (a) Le réfrigérateur peut-il fonctionner de manière réversible?
- (b) Calculer l'efficacité du réfrigérateur η_2 dans le cas où $k = 2$.
- (c) On conserve $k = 2$. On désigne par $S_{\text{créée}}$ l'entropie produite au cours d'un cycle. Calculer le rapport $S_{\text{créée}}/W$.

3. Développement durable** Pour maintenir en hiver la température moyenne d'une maison d'habitation à 20°C , la consommation volumique quotidienne de la chaudière est égale à D litres de fuel. Pour la période considérée, la température extérieure est en moyenne de -5°C .

Un ingénieur propose de substituer à cette chaudière le système suivant. On installe une pompe à chaleur fonctionnant entre la maison et l'extérieur, et un moteur fonctionnant entre l'extérieur et une source chaude à la température $T_C = 600\text{ K}$. Le moteur entraîne la pompe à chaleur et lui fournit exactement le travail nécessaire à son fonctionnement. La source chaude est constituée par le foyer d'une chaudière bien isolée du milieu ambiant et maintenue à la température constante $T_C = 600\text{ K}$ par la combustion du fuel. La chaleur q produite par litre de fuel est la même que pour la chaudière auquel le système se substitue. On suppose que l'ensemble fonctionne de façon réversible.

1. Calculer en jours la durée τ pendant laquelle la maison pourra être chauffée avec D litres de fuel consommés par le système {moteur + pompe à chaleur}.
2. Quelle est l'influence de la valeur de T_C sur cette durée?

4. Cycle d'Ericsson* De l'air, supposé parfait, parcourt un cycle d'Ericsson constitué de deux isothermes, de températures respectives T_1 et $T_3 > T_1$ et de deux isobares de pressions P_1 et $P_3 > P_1$. Ce cycle fut appliqué à des moteurs à air destinés à la propulsion navale. On supposera que le cycle est mécaniquement réversible.

1. Représenter le cycle dans un diagramme de Watt.
2. Exprimer le travail et le transfert thermique reçus par le fluide au cours des quatre évolutions du cycle en fonction de T_1 , T_3 , P_1 et P_3 .
3. En déduire le rendement en fonction de T_1 , T_3 , P_1 et P_3 .

5. Centrale nucléaire* Une unité de production d'électricité « nucléaire » fournit une puissance de 1000 MW (électriques). Elle est installée au bord d'une rivière de débit $400 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ et de température 300 K. La source chaude est à 700 K. Calculer l'élévation de température de l'eau de la rivière si on admet que le rendement de la turbine est égal à 60% de celui d'un cycle réversible de Carnot.

6. Mise en route d'un réfrigérateur** L'intérieur d'un réfrigérateur possède une capacité thermique de valeur $C = 20000 \text{ J/K}$. Le réfrigérateur est initialement arrêté et en équilibre thermique avec la pièce à 300 K. On met la machine en fonctionnement. La puissance du moteur du compresseur étant de 50 watts, et le fonctionnement supposé idéal, au bout de combien de temps l'intérieur de ce réfrigérateur sera-t-il à 280 K?

7. Solidification et fonctionnement d'un réfrigérateur** Une masse $m = 1,0 \text{ kg}$ d'eau initialement à la température $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$ passe sous forme de glace à $\theta_2 = -10^\circ\text{C}$ lors d'un séjour dans un congélateur fonctionnant dans une pièce à $\theta_e = 25^\circ\text{C}$. On suppose que le fluide du congélateur décrit des cycles réversibles. Schématiser ce système et déterminer la durée τ du séjour de l'eau dans le congélateur.

$$c_{\text{eau liquide}} = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$c_{\text{glace}} = 2,3 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

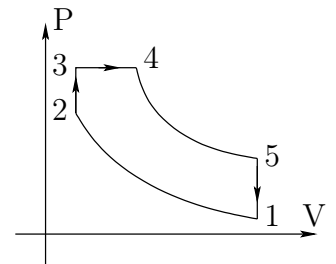
On donne

$$\mathcal{P}_{\text{moteur}} = 50 \text{ W}$$

$$\ell_{\text{fusion, eau}} = 334 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \quad (\text{sous la pression atmosphérique})$$

8. Cycle Diesel**

Un cycle Diesel classique est composé de deux adiabatiques, d'une isobare et d'une isochore; dans les moteurs Diesel actuels (dits à double combustion), le cycle de l'air est représenté ci-contre ($P_1 = 1,0 \text{ bar}$, $T_1 = 293 \text{ K}$, $P_{\text{max}} = 65 \text{ bar}$ et $T_{\text{max}} = T_4 = 2173 \text{ K}$). On suppose que l'air est un gaz parfait diatomique, de masse molaire $M = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$. On donne le taux de compression : $a = V_1/V_2 = 19$. Toutes les transformations seront supposées mécaniquement réversibles.



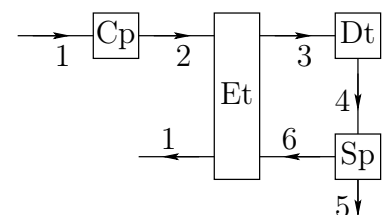
1. Représenter le cycle Diesel classique dans un diagramme (P, V).
2. Déterminer les types de transformations pour le cycle Diesel à double combustion.
3. Exprimer, en fonction de γ et des températures T_1 , T_2 , T_3 , T_4 et T_5 des points correspondants sur le diagramme, le rendement r du moteur Diesel à double combustion.
4. Déterminer numériquement T_2 , T_3 et T_5 . En déduire la valeur de r .
5. Quel est, en kJ, le transfert thermique reçu par 1 kg d'air au cours de l'évolution entre les points 2 et 4? Quelle est le transfert thermique reçu entre les points 5 et 1? En déduire le travail fourni par 1 kg d'air au milieu extérieur au cours d'un cycle.

9. Machine de Linde*** La machine de Linde, représentée ci-dessous, est utilisée pour obtenir du diazote liquide à partir de diazote initialement gazeux à la pression $P_1 = 1,0 \text{ bar}$ et la température $T_1 = 290 \text{ K}$: elle fonctionne en régime stationnaire et les variations d'énergie mécanique sont négligeables.

Le diazote évolue de manière réversible et isotherme de l'état E_1 ($P_1 = 1,0 \text{ bar}$; $T_1 = 290 \text{ K}$) jusqu'à l'état E_2 ($P_2 = 200 \text{ bar}$; $T_2 = 290 \text{ K}$) dans le compresseur (Cp).

Puis il traverse un échangeur thermique calorifugé (Et) où il évolue de manière isobare de l'état E_2 à l'état E_3 ($P_3 = 200 \text{ bar}$; T_3) en croisant une autre circulation de diazote évoluant de l'état E_6 à l'état E_1 .

Le diazote subit alors une détente isenthalpique dans le détendeur (Dt) où il évolue de l'état E_3 à l'état E_4 ($P_4 = 1,0 \text{ bar}$; $T_4 = 78 \text{ K}$; x_4) où il est diphasé avec un titre massique en vapeur x_4 .



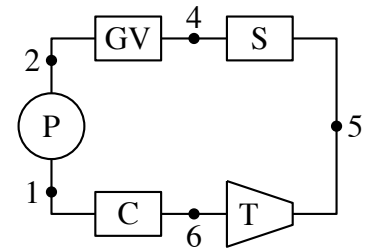
À la traversée du séparateur (Sp), le liquide est séparé et recueilli quasi-pur dans l'état E_5 ($P_5 = 1,0$ bar; $T_5 = 78$ K; $x_5 = 0$). La vapeur est récupérée quasi-pure dans l'état E_6 ($P_6 = 1,0$ bar; $T_6 = 78$ K; $x_6 = 1$), et traverse ensuite l'échangeur thermique (Et) où elle évolue de l'état E_6 à l'état E_1 en croisant l'autre circulation de diazote qui évolue de l'état E_2 à l'état E_3 .

Les données concernant les différents stades du diazote sont fournies par le tableau suivant. P est en bar, T en K, h en kJ.kg^{-1} et s en $\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$.

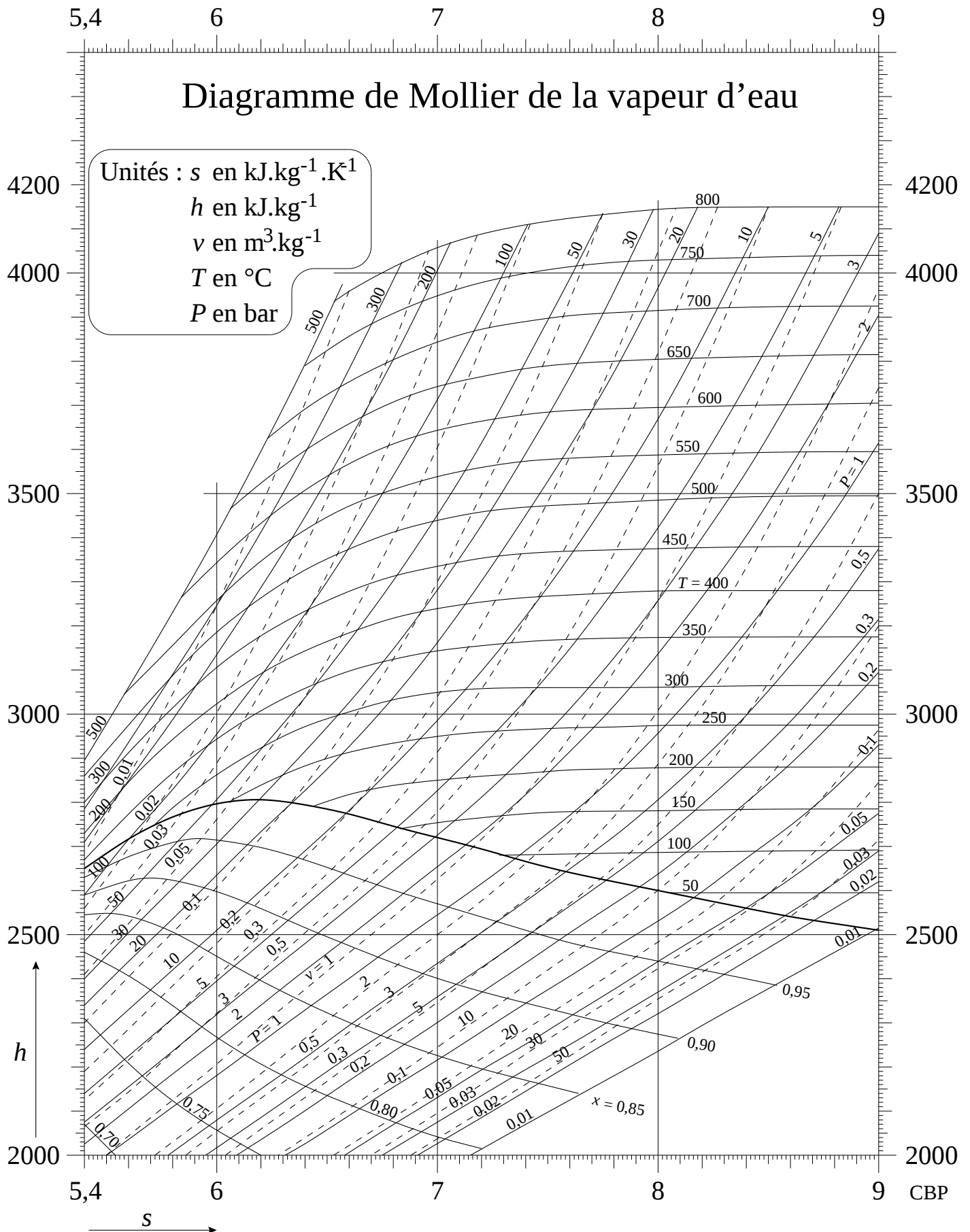
État	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6
P	1,0	200	200	1,0	1,0	1,0
T	290	290	160	78	78	78
h	451	421	$h_3 = h_4$		34	228
s	4,40	2,68	1,76	s_4	0,44	2,96

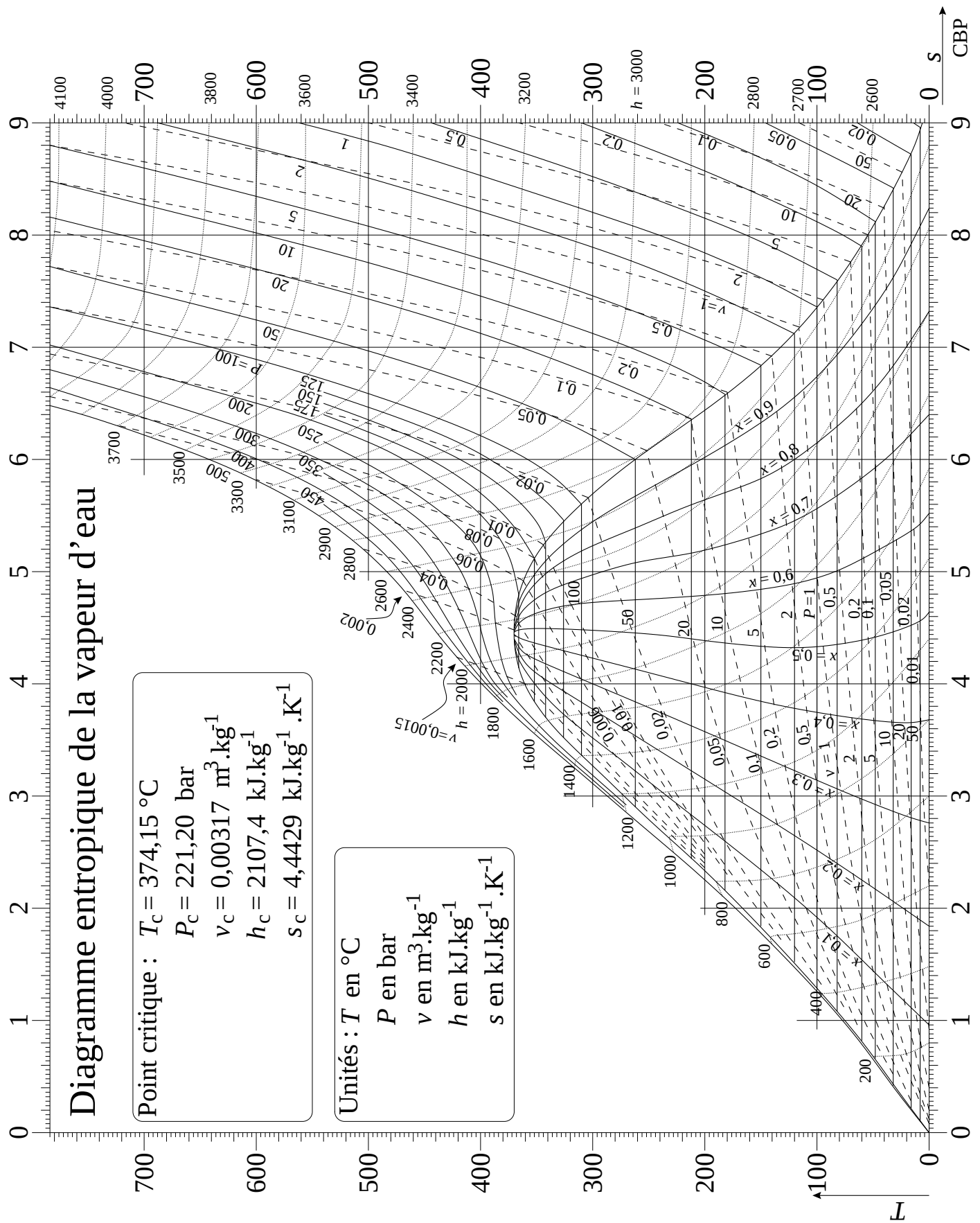
- Donner l'expression de h_4 en fonction de h_5 , h_6 et x_4 . On considère le système fermé (Σ) constitué du diazote contenu à l'instant t dans l'échangeur thermique et des masses dm_2 et dm_6 qui vont y entrer entre les instants t et $t + dt$. En faisant le bilan énergétique pour (Σ), établir une relation entre h_1 , h_2 , h_3 , h_6 et x_4 . En déduire la valeur de x_4 , h_4 et s_4 . Comparer s_3 et s_4 . Commenter.
- En appliquant le premier et le deuxième principe de la thermodynamique à un système fermé bien choisi, calculer le transfert thermique Q et le travail W reçu par l'unité de masse du diazote traversant le compresseur. En déduire la masse de diazote liquide recueillie par heure pour une machine dont la puissance est égale à $\mathcal{P} = 100$ kW.

10. Machine à vapeur avec surchauffe*** La première machine à vapeur de Watt présente l'inconvénient de fournir, après la détente, un mélange de vapeur et de liquide. Il s'en suit des pertes thermiques importantes. Pour pallier cet inconvénient et augmenter le rendement, on a recours à une surchauffe de la vapeur. Les pressions de changement d'état sont 1,0 et 50 bar. Les autres données sont à déterminer sur les diagrammes entropique et de Mollier de l'eau. L'installation se compose des éléments suivants :



- une pompe P qui réalise une compression supposée isentropique du fluide;
 - un générateur de vapeur (GV) qui réalise un échauffement et une évaporation. Le fluide est à l'état de liquide saturant en 3 et à l'état de vapeur saturante en 4;
 - un surchauffeur (S), qui chauffe la vapeur à pression constante. Cet échauffement est réalisé par échange thermique avec les gaz issus de la combustion;
 - une turbine (T) où le fluide subit une détente adiabatique réversible, sans variation notable d'énergie cinétique, en fournissant un travail mécanique;
 - un condenseur (C) dans lequel le fluide se condense totalement de façon isobare.
- Déterminer la température T_5 (à la sortie du surchauffeur) tel que le fluide, en fin de détente, soit constitué de vapeur saturante, sans liquide.
 - La condition précédente étant vérifiée, tracer l'allure du cycle sur un diagramme (T, s). Pourquoi, sur ce diagramme, les points 1 et 2 sont-ils confondus?
 - Déterminer l'énergie échangée par kilogramme de fluide dans chaque partie de la machine. Calculer le rendement du moteur.





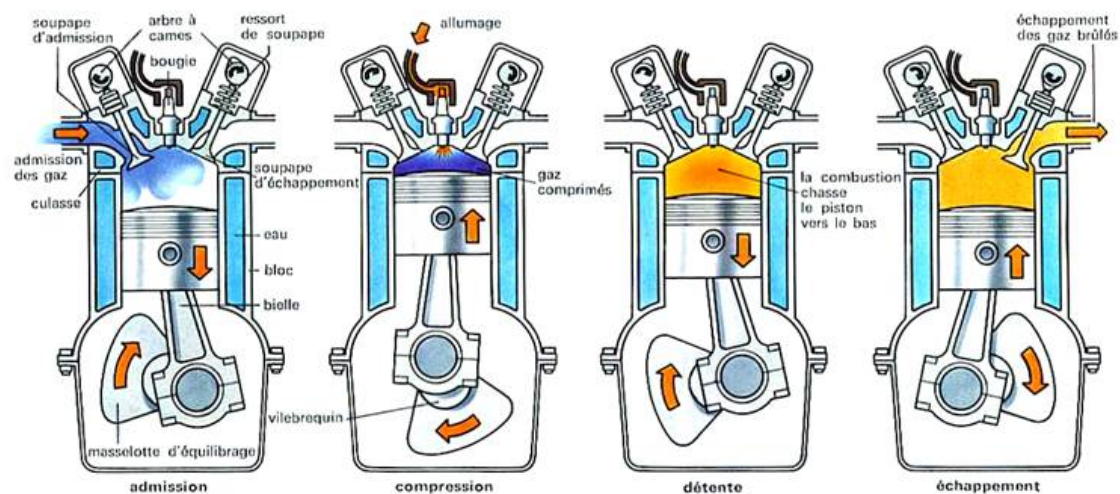
11. Étude d'un turboréacteur*** Un turboréacteur destiné à la propulsion d'avion est modélisé de la façon suivante : l'air est comprimé dans le compresseur calorifugé (Comp) où il évolue de l'état E_1 à l'état E_2 ; puis il traverse une chambre de combustion (Cb) où il subit un réchauffement isobare et sort à l'état E_3 ; puis il se détend dans une turbine calorifugée (Tb) pour atteindre l'état E_4 ; enfin il traverse une tuyère (Ty), conduite de section variable où il acquiert une vitesse importante pour atteindre l'état E_5 .

Les données concernant les différents états sont résumées dans le tableau ci-contre. L'installation fonctionne en régime stationnaire. On néglige l'énergie potentielle de pesanteur dans toute l'installation. On néglige l'énergie cinétique de l'air partout sauf dans l'état E_5 à la sortie de la tuyère, où la vitesse de l'air vaut c_5 . L'air est assimilé à un gaz parfait de capacité thermique massique à pression constante $c_p = 1,0 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et de masse molaire $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$.

État	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5
P (bar)	1,0	5,0	5,0	2,5	1,0
T (K)	288	T_2	1123	955	735

1. Soit $\mathcal{S}$ le système ouvert constitué par le gaz contenu dans un étage quelconque du turboréacteur et $\mathcal{S}^*$ le système fermé associé constitué à l'instant t par $\mathcal{S}$ et par la masse dm_e d'air qui va entrer dans l'étage entre les instants t et $t + dt$ et à l'instant $t + dt$ par $\mathcal{S}$ et par la masse dm_s qui est sortie de l'étage entre les instants t et $t + dt$. En appliquant le premier principe à $\mathcal{S}^*$, montrer que l'on a $\Delta h + \Delta(c^2/2) = q + w$ où h est l'enthalpie massique, c est la vitesse de l'air, q est l'énergie reçue par transfert thermique par une unité de masse et w est le travail (autre que celui des forces de pression) reçu par une unité de masse.
2. Déterminer la vitesse c_5 à la sortie de la tuyère.
3. Exprimer les travaux w_{Comp} et w_{Tb} reçus par l'unité de masse lors de son passage respectivement dans le compresseur et dans la turbine en fonction des températures T_1 , T_2 , T_3 et T_4 . Sachant que le travail récupéré dans la turbine sert exactement à entraîner le compresseur, calculer T_2 .
4. Déterminer l'énergie thermique q_{Cb} reçue par l'unité de masse d'air lors de son passage dans la chambre de combustion.
5. En déduire le rendement thermodynamique du turboréacteur défini par $r = \frac{c_5^2/2}{q_{\text{Cb}}}$.

12. Modèle de moteur à explosion*** Le cycle à « quatre temps » d'un cylindre d'un moteur à explosion d'automobile peut être décrit de façon simplifiée par le cycle Beau de Rochas. On se propose d'étudier la validité de ce modèle de cycle et d'évaluer, à partir de données techniques d'un constructeur (et en particulier de la consommation) le rendement et la puissance.



On décompose un cycle de fonctionnement en quatre phases correspondant chacune à un aller simple du piston (il s'agit des « quatre temps » du moteur) :

Premier temps : étape EA (admission) En E, le piston est en position haute (le volume disponible est V_E). La soupape d'admission s'ouvre. Le mélange air-carburant entre dans le cylindre à pression atmosphérique supposée constante ($P_E = 1,0 \text{ bar}$) et température constante ($T_E = 80^\circ\text{C}$).

En A, le piston est en position basse : le volume disponible est V_A .

Deuxième temps : étape AB (compression) La soupape d'admission se ferme et le piston comprime le mélange : l'étape AB est une compression adiabatique réversible du mélange qui amène le piston en position haute (volume disponible V_E). On note P_B la pression en B.

Troisième temps : étapes BC et CD (explosion et détente) En B, une étincelle provoque la combustion exothermique du mélange : la pression passe quasi-instantanément de P_B à P_C à volume constant. L'étape CD est une détente adiabatique réversible du mélange (air et gaz brûlés).

En D, le piston est en position basse (volume disponible V_A).

Quatrième temps : étapes DA et AE (échappement) En D, la soupape d'échappement s'ouvre sur l'atmosphère. DA est une transformation quasi-instantanée à volume constant : en A, le gaz est ramené à pression atmosphérique. Pendant cette transformation DA, on suppose que le gaz n'a pas le temps de s'échapper (la quantité de gaz reste donc constante au cours de la transformation). Au cours de l'étape AE, le gaz est expulsé dans l'atmosphère à pression et température constantes.

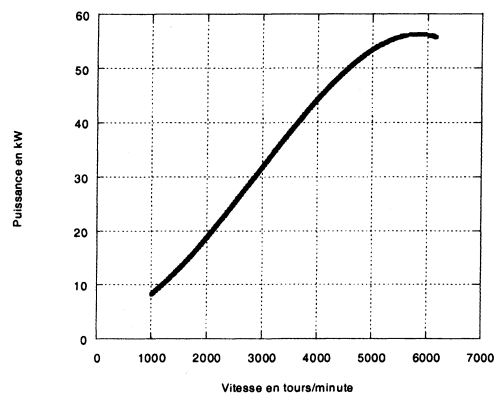
Simplification du cycle On ne tiendra pas compte des étapes EA et AE au cours desquelles le système constitué par le gaz contenu dans un cylindre est un système ouvert. On considèrera que tout se passe comme si :

- dans chaque cylindre, une quantité de gaz constituant un système fermé décrirait indéfiniment le cycle ABCDA;
- le transfert thermique reçu par le fluide était issu d'une source chaude fictive (alors qu'il provient d'une réaction chimique interne).

On supposera, dans tout le problème, que l'automobile roule à 90 km/h en 5^e vitesse.

La vitesse du véhicule est bien évidemment proportionnelle à la vitesse de rotation de l'arbre moteur. On donne ci-dessous les données extraites de la notice technique d'une automobile (moteur classique à 4 cylindres) :

- dimensions du cylindre : alésage¹ $\times$ course du piston = 80 mm $\times$ 80 mm ;
- cylindrée (4 cylindres) : 1400 cm³ (la cylindrée correspond à $4(V_A - V_E)$) ;
- rapport volumétrique : $a = V_A/V_E = 10$;
- vitesse pour 1000 tr/min (en 5^e vitesse) : 30 km/h ;
- consommation (en litres de carburant pour 100 km effectués à 90 km/h en 5^e vitesse) : 5,0 L
- courbe $\mathcal{P}(\Omega)$ de la puissance mécanique $\mathcal{P}$ (en kW) en fonction de la vitesse Ω de rotation de l'arbre moteur (en tr/min).



Données relative au carburant

- formule brute : C_8H_{18} ;
- masse molaire : $M_c = 114 \text{ g.mol}^{-1}$;
- masse volumique : $\rho = 720 \text{ kg.m}^{-3}$;
- la combustion du carburant fournit un transfert thermique de $6,0 \cdot 10^3 \text{ kJ.mol}^{-1}$.

1. diamètre intérieur du piston

Hypothèse concernant le mélange L'air étant fortement en excès par rapport au carburant, on assimilera, pour tout le cycle, le mélange à un gaz parfait diatomique de coefficient de Laplace $\gamma = c_p/c_v = 1,4$ et de masse molaire $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$.

Données générales

- constante de Boltzmann : $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$;
- constante des gaz parfaits $R = 8,314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

On étudie dans ce qui suit le cycle suivi par le mélange gazeux contenu dans un cylindre.

1. Allure générale

- (a) Tracer l'allure du cycle ABCDA dans le diagramme de Watt (pression en ordonnée, volume en abscisse).

2. Transformation AB

- (a) À partir des données techniques du constructeur et sachant que le véhicule roule à 90 km/h, déterminer la durée t_{AB} de la compression AB sachant que l'arbre moteur effectue deux tours lors d'un cycle complet (EABCD AE).
- (b) Quelle hypothèse relative à la transformation AB le résultat trouvé permet-il de valider?
- (c) Le mélange étant assimilé à un gaz parfait diatomique, on rappelle qu'aux températures habituelles l'énergie cinétique moyenne d'une molécule vaut $5k_B T/2$.
 - i. Quelles sont les énergies cinétiques contenues dans ce terme?
 - ii. Estimer l'ordre de grandeur de la vitesse moyenne d'agitation thermique des molécules dans l'état A.
 - iii. En comparant cette vitesse à la vitesse moyenne du piston au cours de la transformation AB, quelle hypothèse relative à la transformation AB peut-on ainsi admettre.
- (d) Déterminer littéralement puis numériquement la pression P_B et la température T_B (on donnera le résultat en degrés Celsius) du mélange gazeux dans l'état B.

3. Transformation BC

- (a) En présentant clairement les étapes du calcul, calculer en litres puis en moles la quantité de carburant consommé par cycle et par cylindre (on notera n_c le nombre de moles et on rappelle que le moteur comporte quatre cylindres).
- (b) En déduire le transfert thermique Q_{BC} fourni dans un cylindre par la combustion du carburant.
- (c) Ce transfert thermique est reçu par le mélange contenu dans un cylindre. Déterminer littéralement puis numériquement :
 - i. le nombre de moles n de mélange contenu dans un cylindre
 - ii. la température T_C (résultat en degrés Celsius) et la pression P_C du mélange dans l'état C.

4. Transformation CD

- (a) Déterminer littéralement puis numériquement la pression P_D et la température T_D (résultat en degrés Celsius) du mélange gazeux dans l'état D.

5. Rendement

- (a) Déterminer littéralement puis numériquement le travail W reçu par le gaz au cours d'un cycle. Pouvaient-on s'attendre à son signe? Justifier.
- (b) Le rendement s'exprime de manière générale pour ce cycle $\eta = -W/Q_{BC}$.

- i. Exprimer η en fonction uniquement des températures T_A , T_B , T_C et T_D .
- ii. En déduire la valeur numérique du rendement.

6. Puissance

On se place toujours dans les mêmes conditions de circulation (5^e vitesse, 90 km/h). On considère maintenant le moteur constitué de ses quatre cylindres

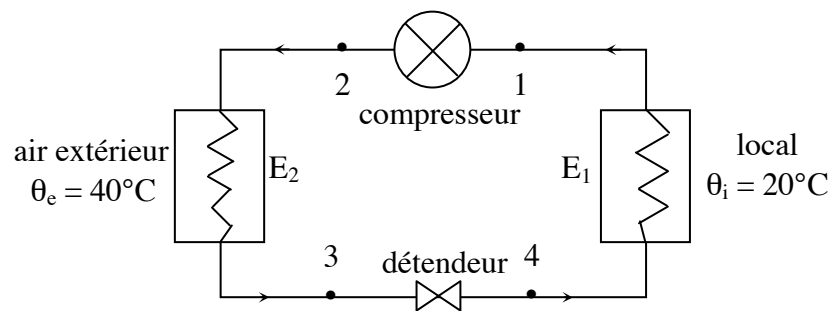
- (a) Déterminer la puissance théorique $\mathcal{P}_{th}$ du moteur à partir des résultats de l'étude précédente.
- (b) Déterminer la puissance $\mathcal{P}$ du moteur à partir de la courbe $\mathcal{P}(\Omega)$ du constructeur.
- (c) Comment justifier que l'on trouve $\mathcal{P}_{th} < \mathcal{P}$?

13. Machine avec fluide en écoulement*** On s'intéresse au fonctionnement d'un appareil de climatisation, dont le but est de maintenir une température constante ($\theta_i = 20^\circ\text{C}$) dans un local en été. Les transferts thermiques du climatiseur se font avec deux sources :

- l'intérieur de la pièce à la température θ_i ;
- l'atmosphère extérieure à la température $\theta_e = 40^\circ\text{C}$.

Le fluide caloporteur effectuant les cycles dans l'appareil est l'ammoniac. Ses caractéristiques utiles sont les suivantes :

- Masse molaire $M = 17 \text{ g.mol}^{-1}$
- À 20°C
 - liquide saturant $P_s = 8,6 \text{ bar}$
 - vapeur saturante $h_L = 274,9 \text{ kJ.kg}^{-1}$
 - vapeur saturante $h_V = 1461,5 \text{ kJ.kg}^{-1}$
- À 40°C
 - liquide saturant $P_s = 15,5 \text{ bar}$
 - liquide saturant $h_L = 371,7 \text{ kJ.kg}^{-1}$



Le circuit comporte 2 parties isobares :

- l'une à la pression de vapeur saturante de l'ammoniac à 20°C (côté local) ;
- l'autre à la pression de vapeur saturante de l'ammoniac à 40°C .

Voici les états dans lesquels se trouve l'ammoniac, et les transformations qu'il subit :

- 1 : vapeur saturante
- 1 → 2 : compression isentropique
- 2 : vapeur sèche
- 2 → 3 : transfert thermique dans le condensateur E_2
- 3 : liquide saturant
- 3 → 4 : détente de Joule-Kelvin
- 4 : mélange liquide-vapeur
- 4 → 1 : transfert thermique dans l'évaporateur E_1 .

1. Tracer l'allure du diagramme de Clapeyron (P, v) pour 1 kg d'ammoniac (faire figurer les isothermes 20°C et 40°C) et placer au mieux les points représentant les 4 états de l'ammoniac.

On rappelle qu'à la traversée d'une partie active (compresseur, détendeur ou échangeur), le bilan d'énergie pour l'ammoniac s'écoulant en régime permanent s'écrit : $h_s - h_e = w + q$ si h_e et h_s sont les enthalpies massiques du fluide à l'entrée et à la sortie ; w et q étant le travail et la chaleur utiles reçus (c'est-à-dire échangés avec l'extérieur du circuit, excluant le travail des forces de pression) par kilogramme de fluide traversant la partie active.

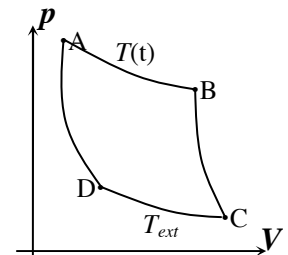
2. Expliquer pourquoi (sans entrer dans le détail d'une démonstration) c'est l'enthalpie et non l'énergie interne qui intervient dans le bilan d'énergie pour une partie active.
3. Caractériser la transformation du fluide dans le détendeur.
4. En supposant que l'ammoniac dans le compresseur, est assimilable à un gaz parfait avec $\gamma = 1,21$, calculer la température T_2 et l'enthalpie massique h_2 de l'ammoniac au point 2.
5. Dresser le tableau des enthalpies massiques de l'ammoniac aux points 1, 2, 3 et 4.
6. Calculer le titre x en vapeur au point 4.
7. Exprimer puis calculer pour 1 kg d'ammoniac :
 - (a) le travail w_{12} fourni à l'ammoniac par le compresseur;
 - (b) le transfert thermique q_{23} reçu par l'ammoniac dans le condenseur;
 - (c) le transfert thermique q_{41} reçu par l'ammoniac dans l'évaporateur.

Commenter le signe de q_{23} et celui de q_{41} .

8. À partir des expressions précédentes, établir la relation liant w_{12} , q_{23} et q_{41} reçus par l'ammoniac dans l'évaporateur. Que traduit le résultat obtenu?
9. Définir et calculer le coefficient de performance (efficacité) e du climatiseur. Comparer à l'efficacité de Carnot e_C d'un climatiseur fonctionnant entre les deux mêmes sources thermiques. Analyser les causes d'irrégularités dans le cycle réel.

14. Pompe à chaleur avec pseudo-sources***

Le fluide d'une pompe à chaleur décrit de façon réversible un cycle de Carnot constitué de deux évolutions adiabatiques AD et BC et de deux évolutions isothermes AB et DC (cf. ci-contre). Au cours de chaque évolution isotherme AB, le système reçoit la chaleur δQ_C d'une source chaude constituée par l'air ambiant de la pièce de capacité thermique totale C que l'on désire chauffer. La température de la pièce à l'instant t est notée $T(t)$. Au cours de chaque évolution isotherme DC, le système reçoit la chaleur δQ_F d'une source froide constituée par l'air extérieur à la pièce dont la température constante est notée T_{ext} . On désigne par $\mathcal{P}$ la puissance mécanique totale constante fournie au système.

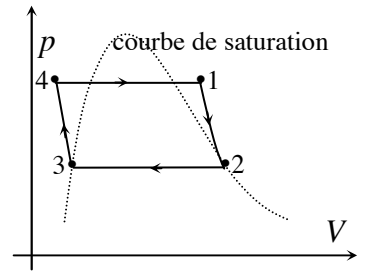


1. Dans quel sens le cycle doit-il être décrit? Doit-on nécessairement avoir $T(0) > T_{\text{ext}}$?
2. L'efficacité thermique $\eta(t)$ de la pompe est définie par le rapport $\eta = -\delta Q_C / \delta W$ où δW est le travail total échangé au cours d'un cycle. Exprimer $\eta(t)$ en fonction de T_{ext} et $T(t)$.
3. On suppose dans un premier temps que la pièce est thermiquement isolée de l'extérieur et que sa température initiale est $T(0) = T_0 > T_{\text{ext}}$. Calculer l'intervalle de temps t_1 pendant lequel la pompe à chaleur doit fonctionner, à puissance mécanique $\mathcal{P}$ constante, pour que la température de la pièce atteigne la valeur $T_1 > T_0$.
4. On suppose maintenant que la puissance $\mathcal{P}$ est directement fournie à une résistance chauffante de capacité thermique négligeable et que initialement la pièce est à la température T_0 . Calculer l'intervalle de temps t_2 au bout duquel la température atteint la valeur T_1 .
5. On suppose maintenant que la pièce présente une fuite thermique. Lorsque la température est $T(t)$, elle reçoit du milieu extérieur pendant l'intervalle de temps dt , le transfert thermique suivant, où k est une constante,

$$\delta Q = -kC(T(t) - T_{\text{ext}})dt$$

- (a) La pompe est arrêtée lorsque la température de la pièce vaut 295 K alors que $T_{\text{ext}} = 290$ K. On constate qu'au bout de 3 heures la température de la pièce a chuté de 3°C . Calculer la valeur de k .
- (b) Établir l'équation dont T_{max} – température maximale qu'il est possible d'obtenir dans la pièce en présence de fuite thermique lorsque la pompe fonctionne et que le régime permanent est établi – est solution. On ne résoudra pas cette équation.

15. Machine à vapeur*** Dans une machine à vapeur, une mole d'eau, contenue dans un cylindre fermé par un piston mobile, décrit le cycle 1, 2, 3, 4 représenté dans le diagramme de Clapeyron ci-dessous. Les évolutions 1-2 et 3-4 sont isentropiques, les évolutions 2-3 et 4-1 sont isobares. Au cours de l'évolution 2-3, l'eau reçoit algébriquement le transfert thermique Q_F d'une source froide dont la température est égale à $T_F = 373$ K. Au cours de l'évolution 4-1, l'eau reçoit algébriquement le transfert thermique Q_C d'une source chaude dont la température T_C est égale à T_1 .



Données :

- Pression de vapeur saturante $P_s(485 \text{ K}) = 20 \text{ bar}$.
- Chaleur latente molaire de vaporisation à 373 K : $L_{v,m} = 46,8 \text{ kJ.mol}^{-1}$.

État	1	2	3	4
P (bar)	20	1	1	20
T (K)		373	373	

1. Indiquer sous quelle forme (liquide, vapeur sèche, mélange liquide-vapeur) se trouve l'eau dans chacun des états 1, 2, 3, 4.
2. Indiquer, en justifiant la réponse, le signe du travail W reçu par l'eau au cours d'un cycle.
3. Établir les relations :

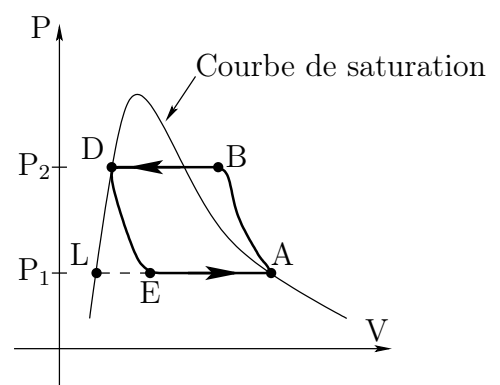
$$W + Q_F + Q_C = 0 \quad (1) \quad \text{et} \quad \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} \leq 0 \quad (2)$$

4. Définir le rendement thermodynamique r de la machine. Dédurre des relations (1) et (2) que r est inférieur à un rendement maximum r_C que l'on exprimera en fonction de T_C et T_F . Nommer r_C .
5. L'évolution 1-2 est adiabatique et réversible. Au cours de cette évolution, l'eau est assimilée à un gaz parfait de coefficient isentropique $\gamma = 1,20$.
 - (a) Calculer le volume V_2 de l'eau au point 2.
 - (b) Calculer la température T_1 et le volume V_1 de l'eau au point 1.
 - (c) Calculer la capacité thermique molaire à volume constant de la vapeur d'eau $C_{V,m}$.
 - (d) Calculer le travail W_{12} reçu par l'eau au cours de l'évolution 1-2.
6. Calculer le travail W_{23} et le transfert thermique Q_{23} reçus par l'eau au cours de l'évolution 2-3. On négligera le volume molaire du liquide.
7. Justifier que la variation de volume entre les points 3 et 4 est négligeable. Calculer le travail W_{41} reçu par l'eau au cours de l'évolution 4-1. On négligera le volume molaire du liquide.
8. Calculer le travail W reçu par l'eau au cours du cycle, puis la chaleur Q_{41} reçue pour l'évolution 4-1. Calculer les rendements r et r_C définis à la question 4.
9. Analyser les causes d'irrégularités.
10. En réalité, la température de la source chaude est supérieure à T_1 et celle de la source froide est inférieure à 373 K. Pourquoi? Comparer dans ce cas le rendement de la machine à la valeur de r calculée ci-dessus.

16. Machine ditherme de réfrigération*** Le cycle représenté dans un diagramme de Clapeyron sur la figure suivante constitue un modèle de fonctionnement d'une machine de réfrigération dans laquelle une masse m de ce fluide dit « frigogène » subit les transformations suivantes :

- A → B : compression adiabatique dans le compresseur ;
- B → D : refroidissement et liquéfaction isobares de la vapeur dans le condenseur ;
- D → E : détente adiabatique et isenthalpique dans le détendeur ;
- E → A : vaporisation isobare dans l'évaporateur.

Les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentielle du fluide sont négligeables.



Données :

- $m = 1,000 \text{ kg}$
- $T_F = 278,0 \text{ K}$ et $T_C = 293,0 \text{ K}$
- Enthalpies massiques du fluide frigogène dans les états représentés par les points A, B, D et L
 $h_A = 390,2 \text{ kJ.kg}^{-1}$, $h_B = 448,6 \text{ kJ.kg}^{-1}$, $h_D = 286,4 \text{ kJ.kg}^{-1}$ et $h_L = 241,9 \text{ kJ.kg}^{-1}$

1. Performances de l'installation

- Un système fermé subit une transformation isobare qui le fait évoluer de l'état initial i à l'état final f . Au cours de cette transformation, le système reçoit les quantités d'énergie Q_{if} par transfert thermique et W_{if} par transfert mécanique (travail).
 - Appliquer le premier principe de la thermodynamique à cette transformation.
 - Établir la relation entre la variation d'enthalpie $\Delta_{if}H$ du système et Q_{if} .
- On désigne par Q_F et Q_C les quantités d'énergie reçues par le fluide par transfert thermique respectivement avec la source froide et la source chaude au cours du cycle défini ci-dessus.
 - Exprimer Q_F et Q_C en fonction des données.
 - Faire l'application numérique.
- Calculer le taux de vapeur x en E.
- On désigne par W l'énergie reçue par le fluide par transfert mécanique (travail) au cours d'un cycle.
 - Exprimer W en fonction des données.
 - Faire l'application numérique.
- On désigne par S_F et S_C les valeurs algébriques des entropies échangées par le fluide respectivement avec la source froide et la source chaude.
 - Exprimer S_F et S_C en fonction des données.
 - Faire l'application numérique.
 - Calculer S_p l'entropie créée (produite) au cours du cycle. Conclusion?
- Calculer l'efficacité e de cette installation.
- Sachant que la puissance $\mathcal{P}_F$ que l'on doit extraire de la source froide pour maintenir sa température constante est de 500 W , calculer le débit massique D_m que l'on doit imposer au fluide frigogène.

2. Étude de la compression de la vapeur

La vapeur issue de l'évaporateur est comprimée de la pression $P_1 = 2,008 \text{ bar}$ (état A) à la pression $P_2 = 16,810 \text{ bar}$ (état B). Dans cette partie du problème, on admettra que l'on peut assimiler la vapeur à un gaz parfait dont le rapport γ des capacités calorifiques conserve une valeur constante égale à $\gamma = 1,14$ dans le domaine étudié.

- On envisage le cas où cette compression pourrait être supposée adiabatique et réversible.
 - Établir la relation que vérifieraient les variables température T et pression P .
 - Sachant que $T_A = 263 \text{ K}$, calculer la température T' que l'on atteindrait en fin de compression.
- En réalité, la compression $A \rightarrow B$ subie par la vapeur peut-être supposée adiabatique mais n'est pas réversible car on ne peut pas négliger les frottements fluides qui se produisent à l'intérieur du compresseur. De ce fait, la température de fin de compression est supérieure à celle calculée précédemment.

La transformation polytropique $A \rightarrow B$ est la transformation réversible qui permettrait au fluide d'évoluer au fluide d'évoluer de l'état A à l'état B en recevant, par transfert thermique, une quantité

d'énergie Q_f équivalente à celle générée par les frottements internes au cours de la transformation irréversible $A \rightarrow B$.

Pour établir la loi d'évolution polytropique, on considère une transformation élémentaire réversible caractérisée par les variations d'énergie interne dU , d'entropie dS et de volume dV . La quantité d'énergie δQ_f reçue par le fluide par transfert thermique au cours de cette transformation s'écrit $\delta Q_f = a dU$. Dans cette expression, a désigne un facteur qui sera supposé constant dans tout le domaine étudié.

- Exprimer dU en fonction de dS et dV (première identité thermodynamique).
- Montrer qu'au cours de l'évolution polytropique $A \rightarrow B$, les variables pression P et volume V vérifient la relation $PV^k = C^{\text{te}}$ dans laquelle k désigne une constante appelée « facteur polytropique ».
- Exprimer k en fonction de a et γ . Application numérique pour $a = 0,3$
- Calculer la température effectivement atteinte dans ces conditions.

3. Détermination des conditions d'utilisation d'efficacité maximale

- Préciser la nature du cycle réversible que devrait décrire le fluide afin de parvenir à l'efficacité maximale $e_{\max}$ de la machine de réfrigération. On indiquera avec précision la nature et le rôle des différentes transformations subies par le fluide au cours de ce cycle.
- Sachant qu'au cours de ce cycle la variation d'entropie massique ΔS_C du fluide au cours de la transformation qu'il subit au contact de la source chaude est de $-416 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$, calculer les quantités d'énergie Q'_F et Q'_C reçues par transfert thermique par 1 kg de fluide frigogène au cours d'un cycle respectivement au contact de la source froide et au contact de la source chaude.
- Exprimer l'efficacité $e_{\max}$ en fonction des températures T_F et T_C . Faire l'application numérique.

17. Thermodynamique de la pompe à chaleur (MP X/ENS 2012)*** La pompe à chaleur est un dispositif qui, en mode « chauffage », puise l'énergie thermique dans l'air, dans le sol ou dans l'eau des nappes phréatiques, pour la transférer vers le local à réchauffer. Elle est constitué d'un circuit fermé dans lequel circule un fluide caloporteur à l'état liquide, gazeux ou biphasé selon les éléments qu'il traverse. La circulation se fait en régime permanent; on néglige les variation d'énergie cinétique ou de pesanteur.

1 Diagramme de Mollier

Le diagramme de Mollier (cf. figure 1) représente le logarithme de la pression p en fonction de l'enthalpie massique h du fluide caloporteur et permet ainsi de représenter l'évolution de l'état thermodynamique du fluide au cours du cycle de la pompe à chaleur.

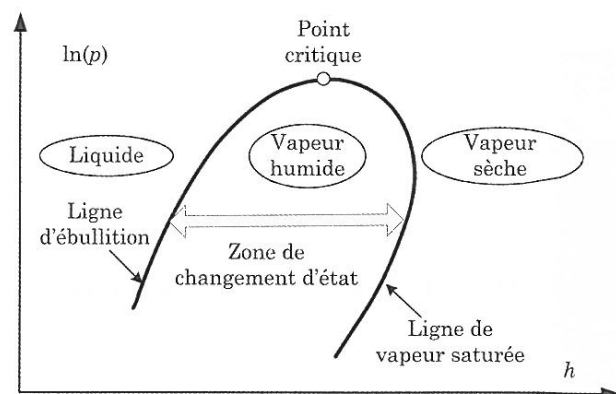


FIGURE 1 – Diagramme de Mollier simplifié

- Montrer qu'à pression constante, la température T est une fonction croissante de h . Est-elle strictement croissante?
- Comment lit-on sur ce diagramme ce qui se nommait autrefois « chaleur latente massique de vaporisation » à la pression p ?
- Cette question concerne les courbes isothermes dans le diagramme de Mollier.
 - Quelle est *a priori* leur allure pour la phase liquide, supposée incompressible et indilatable?
 - Quelle est *a priori* leur allure pour la phase gazeuse, modélisée comme un gaz parfait?

(c) Quelle est *a priori* leur allure dans la zone de changement d'état?

4. Rappeler l'expression de la différentielle de l'enthalpie massique h , considérée comme fonction de l'entropie massique s et de la pression p . On notera v le volume massique.
5. Montrer que, dans le diagramme de Mollier, la pente des courbes isentropiques est positive.
6. Montrer que, sur une courbe isenthalpique du diagramme de Mollier, l'entropie est une fonction décroissante de la pression.
7. On note h_A et h_B les enthalpies massiques du fluide aux points A et B du circuit. Le fluide reçoit d'une part le travail massique utile, fourni par le compresseur, w (et qui ne comprend donc pas le travail des forces de pression nécessaire pour faire entrer et sortir le fluide du volume de contrôle), d'autre part l'énergie thermique q . Montrer que $h_B - h_A = w + q$

2 Cycle de la pompe à chaleur

Le cycle de la pompe à chaleur se compose de quatre étapes (cf. figure 2) en dehors desquelles les échanges thermiques ou mécaniques sont supposés nuls :

Compression : le gaz subit une compression adiabatique et réversible qui l'amène de l'état ① (p_1, T_1) à l'état ② (p_2, T_2). On note w le travail massique reçu par le fluide.

Condensation : le gaz se liquéfie totalement à pression constante p_2 jusqu'à la température T_3 . Il cède de l'énergie à la source chaude, et l'on note $q_{23} < 0$ l'énergie massique échangée.

Détente : le fluide traverse un tuyau indéformable et ne permettant pas les échanges thermiques. La pression du fluide redescend jusqu'à p_1 et sa température vaut alors T_4 .

Évaporation : le liquide s'évapore totalement à pression constante p_1 jusqu'à la température T_1 . Il reçoit l'énergie massique $q_{41} > 0$ de la source froide.

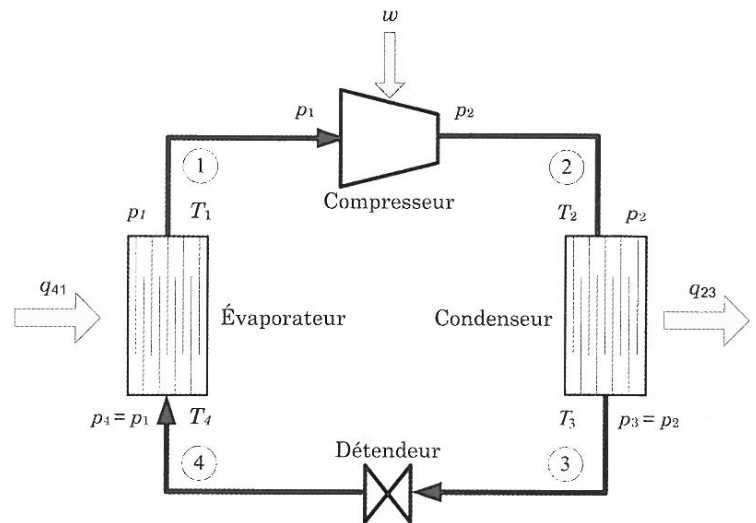


FIGURE 2 – Cycle frigorifique d'une pompe à chaleur; les flèches épaisses indiquent le sens des transferts énergétiques.

8. Montrer que la phase de détente est isenthalpique.
9. Représenter sur un diagramme de Mollier ($\ln p, h$) les quatre étapes du cycle.
10. Quelle est la relation liant les quantités q_{23} , q_{41} et w ? Représenter ces quantités sur le schéma de la question 9.
11. Justifier la définition de l'efficacité de la pompe à chaleur $\eta = -q_{23}/w$ et montrer que $\eta > 1$.
12. Le Document Réponse représente le diagramme de Mollier d'un fluide caloporteur courant. Dans la perspective de vos réponses à la question 3, la phase liquide y apparaît-elle incompressible et indilatable? La phase gazeuse y apparaît-elle comme un gaz parfait?
13. On donne $p_1 = 0,3 \text{ MPa}$, $p_2 = 1 \text{ MPa}$, $T_1 = 5^\circ\text{C}$ et $T_3 = 20^\circ\text{C}$. Représenter le cycle correspondant dans le Document Réponse, à rendre avec votre copie. Pour chacun des points ① à ④ du cycle, indiquer dans un tableau les valeurs numériques respectives de l'enthalpie massique, la pression et la température. Indiquer aussi l'état du fluide en chacun de ces points.
14. À partir du diagramme de Mollier, estimer numériquement l'efficacité de la pompe à chaleur. Comparer la valeur trouvée à celle qui correspondrait à un cycle de Carnot fonctionnant entre les mêmes températures.
15. Calculer le débit massique du fluide permettant d'assurer une puissance de chauffage de 4 kW

3 Cycle du compresseur

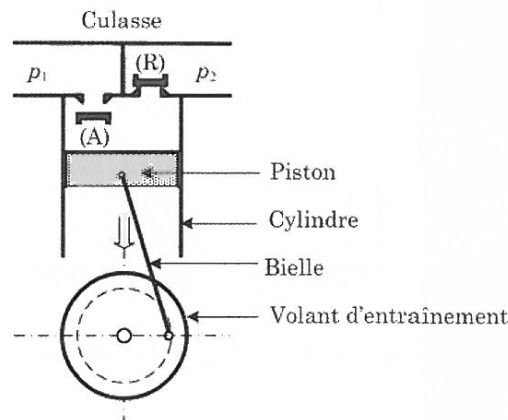


FIGURE 3 – Schéma de principe d'un compresseur (ici, en phase d'aspiration). Les éléments constitutifs en sont le cylindre, le piston, le clapet d'aspiration (A), le clapet de refoulement (R), la bielle et le volant.

Le compresseur, supposé parfaitement calorifugé, assure la circulation du fluide caloporteur entre les circuits basse pression et haute pression (cf. figure 3). Le cycle du compresseur, supposé réversible, s'effectue en trois temps :

Aspiration : Le clapet (A) est ouvert et le clapet (R) fermé. Le piston, de section S , descend, le fluide pénètre dans le cylindre.

Compression : Les deux clapets sont fermés. Le piston monte. La pression du fluide augmente.

Refoulement : Lorsque la pression dans le cylindre atteint la pression p_2 , (R) s'ouvre et le fluide est évacué à la pression p_2 , jusqu'au moment où le piston atteint la fin de sa course. On suppose alors qu'il n'y a plus de fluide dans le cylindre (le volume dit « mort » est nul).

Puis, le clapet de refoulement se ferme et un nouveau cycle commence. On suppose que la fermeture de (R), l'ouverture de (A) et la chute de pression de p_2 à p_1 sont instantanées et simultanées.

16. En notant v_1 et v_2 les volumes massiques au début et à la fin de la phase de compression, représenter dans un diagramme (p, v) les trois phases de fonctionnement du compresseur.
17. Comment détermine-t-on, sur ce diagramme, le travail massique fourni au cours d'un cycle?
18. La phase de compression est isentropique; le fluide est considéré comme un gaz parfait dont les capacités calorifiques massiques isobares c_p et isochore c_v sont constantes. Déterminer le travail reçu par ce fluide pour un aller-retour du piston en fonction de p_1 , v_1 , p_2 , v_2 et $\gamma = c_p/c_v$.
19. On donne $p_1 = 0,3 \text{ MPa}$, $p_2 = 1 \text{ MPa}$, $T_1 = 5^\circ\text{C}$ et $\gamma = 1,12$. Calculer T_2 . Comparer avec la valeur déterminée graphiquement à la question 13

