

Machines thermiques

1. **Installation frigorifique*** <https://youtu.be/ME2J-ZipWp0>

2. **Réfrigérateur réversible puis irréversible*** <https://youtu.be/h8miwYitki8>

3. **Développement durable**** <https://youtu.be/dOb966R64y4>

1.
$$\tau = \frac{T_{\text{int}}}{T_{\text{int}} - T_{\text{ext}}} \left(1 - \frac{T_{\text{ext}}}{T_C} \right) = 6,5 \text{ jours}$$
2. Plus T_C est grand, plus τ est grand (sauf problèmes de réversibilité).

4. **Cycle d'Ericsson***

5. **Centrale nucléaire*** https://youtu.be/WHeSF_D6VNs

6. **Mise en route d'un réfrigérateur**** <https://youtu.be/lc-C2IGM5Bw>

7. **Solidification et fonctionnement d'un réfrigérateur**** <https://youtu.be/2wVDF8BNY3k>

En notant $\theta_0 = 0^\circ\text{C}$, et en supposant le réfrigérateur à θ_3 en interne (on prendra $\theta_2 = \theta_3$ pour l'AN)

$$\tau = - \frac{m c_e (\theta_0 - \theta_1) - m \ell_{\text{fus}} + m c_g (\theta_2 - \theta_0)}{\mathcal{P}_{\text{moteur}}} \frac{\theta_e - \theta_3}{T_e} = 1,0 \cdot 10^3 \text{ s} = 17 \text{ min}$$

En prenant $\theta_3 = -18^\circ\text{C}$,

$$\tau = 1,3 \cdot 10^3 \text{ s} = 21 \text{ min}$$

8. **Cycle Diesel**** https://youtu.be/_3dJN5Qib_s

9. **Machine de Linde***** <https://youtu.be/qB2BNvIyqnQ>

1. h_5 représente l'enthalpie d'un kilogramme de diazote à l'état liquide et h_6 celle d'un kilogramme de diazote à l'état gazeux. Par extensivité de la fonction enthalpie, h_4 qui est l'enthalpie d'un kilogramme de mélange liquide-vapeur avec un taux en vapeur de diazote x_4 s'écrit

$$h_4 = x_4 h_6 + (1 - x_4) h_5$$

Tout se passe comme si la masse dm_2 définie dans l'énoncé subissait un échauffement isobare dans l'échangeur thermique telle que la chaleur Q_{23} reçue s'écrit en fonction de sa variation d'enthalpie

$$Q_{23} = dm_2 (h_3 - h_2)$$

De même la masse dm_6 subit un refroidissement isobare de sorte que la chaleur qu'elle reçoit s'écrit

$$Q_{61} = dm_6 (h_1 - h_6)$$

Par conservation de la matière, puisqu'on enlève la partie liquide dans le séparateur,

$$dm_6 = x_4 dm_2$$

Enfin, comme dans l'échangeur il n'y a échange thermique qu'entre les deux circuits, on a $Q_{61} = -Q_{23}$,

$$x_4 (h_1 - h_6) + h_3 - h_2 = 0$$

On en déduit, en remplaçant $h_3 = h_4$ par son expression en fonction de x_4 ,

$$x_4 = \frac{h_2 - h_5}{h_1 - h_5} = 0,928 \quad h_4 = 214 \text{ kJ.kg}^{-1} \quad \text{et} \quad s_4 = x_4 s_6 + (1 - x_4) s_5 = 2,78 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$$

On trouve $s_4 > s_3$ ce qui se comprend car malgré la baisse de température, le volume occupé est bien plus important. De plus, la détente étant adiabatique (détente a priori de Joule-Thomson), on trouve que $\Delta s > 0$, c'est-à-dire que la détente effectuée l'est de manière irréversible.

2. Le système fermé coïncidant se compose : à l'instant t du système ouvert $\mathcal{S}^*$ constitué par le fluide dans le compresseur et de la quantité de fluide dm_1 qui va entrer dans $\mathcal{S}^*$ entre t et $t + dt$ et à l'instant $t + dt$ par $\mathcal{S}^*$ et la masse de fluide dm_2 qui est sortie de $\mathcal{S}^*$. On a : $\Delta H = Q + W'$ où Q est le transfert thermique reçu et W' le travail reçu par les forces autres que celles de pression. On a

$$\Delta H = H^*(t + dt) + h_2 dm_2 - H^*(t) - h_1 dm_1$$

Comme le régime est stationnaire, $H^*(t) = H^*(t + dt)$ et $dm_2 = dm_1$. On a alors, en introduisant le transfert thermique et le travail reçus par unité de masse :

$$h_2 - h_1 = q + w'$$

Comme la transformation est supposée réversible on a $\Delta S = S_{\text{éch}}$. Avec le même raisonnement que ci-dessus, on a $\Delta S = dm_2 (s_2 - s_1)$. On a aussi $\delta S_{\text{éch}} = \delta Q/T$ soit, comme la transformation est isotherme : $S_{\text{éch}} = Q/T_1$. Au final, on obtient : $q = T_1 (s_2 - s_1)$. Le travail reçu par l'unité de masse de fluide entrant dans l'installation s'en déduit : $w' = h_2 - h_1 - q$. Connaissant la masse m rentrant dans l'installation, on a la masse m' de liquide formé : $m' = (1 - x_4) m$. Dès lors on en déduit, en notant τ la durée de fonctionnement

$$m' = (1 - x_4) \frac{\mathcal{P} \tau}{w'} = (1 - x_4) \frac{\mathcal{P} \tau}{h_2 - h_1 - T_1 (s_2 - s_1)} = 55,2 \text{ kg}$$

10. Machine à vapeur avec surchauffe*** <https://youtu.be/RiCx7yrVIhk>

1. En fin de détente, on cherche à avoir une vapeur saturante à 1 bar. Par conséquent, le point représentatif de l'état 6 sur le diagramme entropique se situe sur l'intersection de la courbe de saturation $x = 1$ et de l'isobare $P = 1$ bar. Le point représentatif de l'état 5, lui, est situé sur l'isobare $P = 50$ bar. Comme la détente dans la turbine est adiabatique réversible, elle est isentropique. Le point 5 est donc à la verticale du point 6. On détermine ainsi la position du point 5, il ne reste plus qu'à lire son ordonnée. On obtient

$$T_5 = 644^\circ\text{C}$$

2. Comme le surchauffeur fonctionne à pression constante, le point 4 est sur l'intersection de la courbe de rosée (vapeur saturée) et de l'isobare $P = 50$ bar ($T = 262^\circ\text{C}$). L'état 4 étant le résultat d'une évaporation de l'état 3 dans le générateur de vapeur, le point 3 est sur l'intersection de la courbe d'ébullition et de l'isobare $P = 50$ bar. L'état 1 est le résultat de la condensation totale de l'état 6, donc le point 1 est à l'intersection de l'isobare $P = 1$ bar et de la courbe d'ébullition ($x = 0$). Les points 1 et 2 concerne le fluide lorsqu'il est sous forme liquide (phase condensée) : on peut constater sur le diagramme entropique que l'augmentation de pression ne s'accompagne pas, pour le fluide sous forme liquide, de modification notable des caractéristiques. C'est pourquoi, même si rigoureusement les points 1 et 2 ne sont pas confondus, à l'échelle du graphique on peut sans hésitation assimiler ces deux points à un seul et même point. NB : regardez la belle forme de cathédrale que l'on obtient.
3. On montre avec la méthode usuelle dérivée de la détente de Joule-Thomson que, pour chaque transformation élémentaire on a $\Delta h = w + q$ où h , w et q sont les grandeurs massiques associées respectivement à H , W et Q .

De 1 à 2 Le travail massique de la pompe vaut :

$$w_P = h_2 - h_1 \quad \text{soit} \quad w_P = 0,0 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Le travail n'est pas en toute rigueur nul, mais à l'échelle du diagramme, on peut le considérer comme tel. C'est pourquoi on évitera la notation $w_P = 0$ qui signifie que, quelle que soit la précision, le travail est nul.

De 2 à 3 Cette étape est incluse «dans» le générateur de vapeur. Elle consiste simplement à élever la température de l'eau. Ainsi

$$\Delta h_{GV1} = h_3 - h_2 = q_{GV1}$$

On détermine les valeurs sur le diagramme entropique (courbes en pointillés, valeurs signalées sur la courbe la plus à gauche). On trouve $h_3 = 1,15.10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$ et $h_2 = h_1 = 4,2.10^2 \text{ kJ.kg}^{-1}$ soit

$$q_{GV1} = 7,3.10^2 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

De 3 à 4 Ici, $\Delta h_{GV2} = h_4 - h_3 = q_{GV2}$. On lit $h_4 = 2,8.10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$ soit

$$q_{GV2} = 1,7.10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

De 4 à 5 $\Delta h_S = h_5 - h_4 = q_S$. Or, $h_5 = 3,8.10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$ soit

$$q_S = 1,0.10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

De 5 à 6 $\Delta h_T = h_6 - h_5 = w_T$ Or, $h_6 = 2,7.10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$ soit

$$w_T = -1,1.10^3 \text{ kJ.kg}^{-1} < 0$$

ce qui est normal puisque c'est l'étape où le fluide va fournir de l'énergie au milieu extérieur.

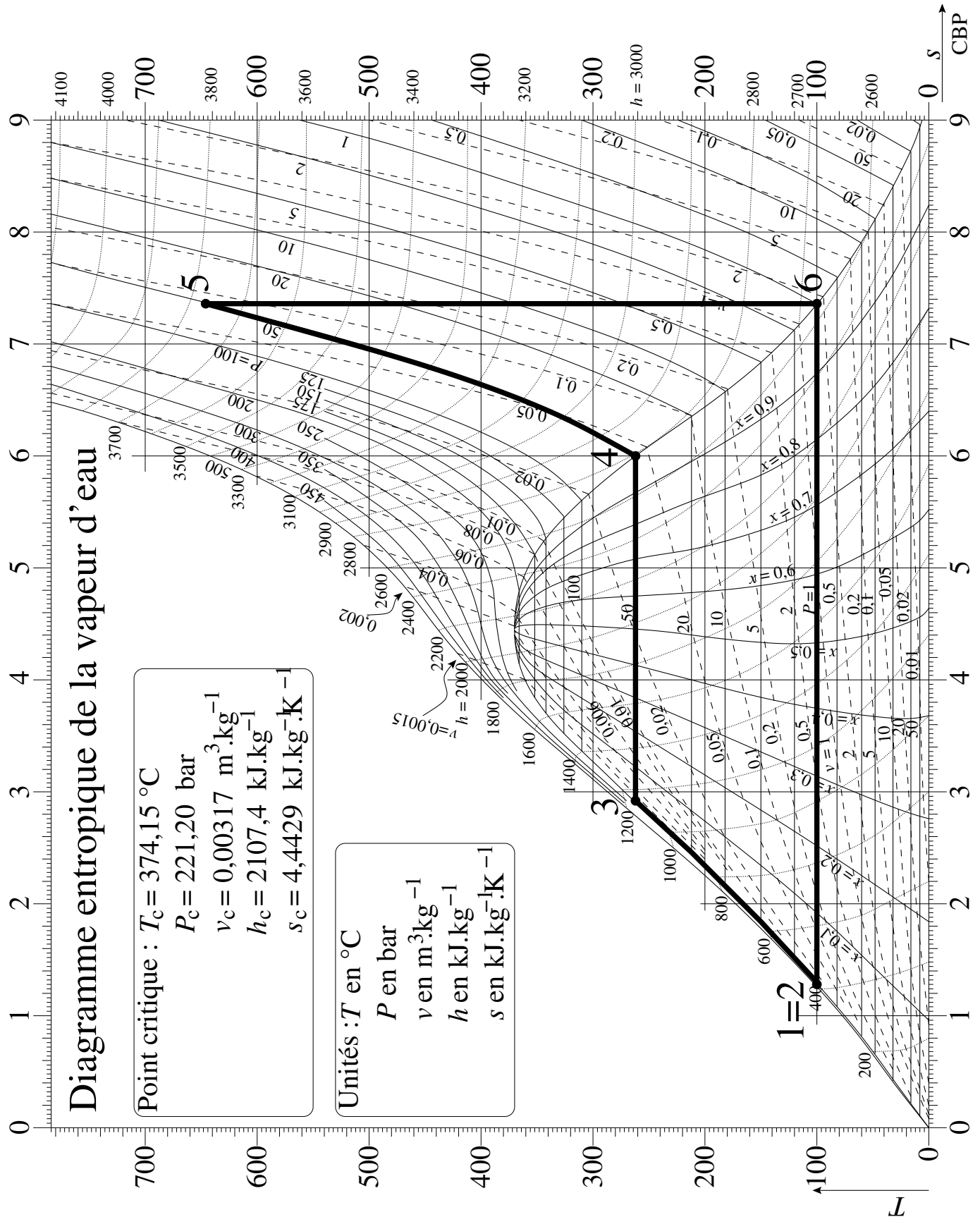
De 6 à 1 $\Delta h_C = h_1 - h_6 = q_C$. Or, $h_1 = 4,2.10^2 \text{ kJ.kg}^{-1}$ et $h_6 = 2,675.10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$ soit

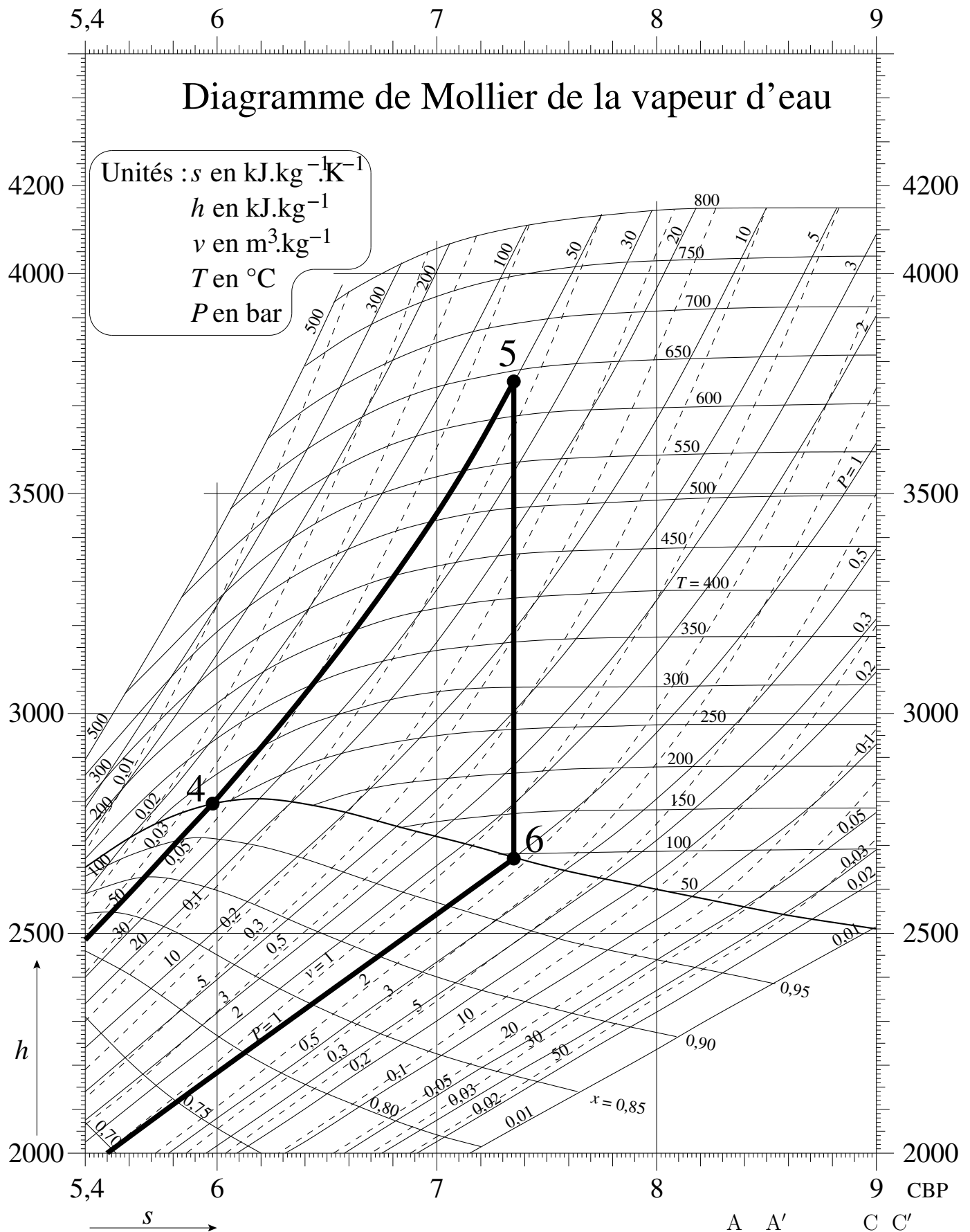
$$q_C = -2,3.10^3 \text{ kJ.kg}^{-1} < 0$$

ce qui est normal puisque qu'en se condensant, le fluide fournit de l'énergie (par transfert thermique) au milieu extérieur.

Comme il s'agit d'un moteur, le rendement est défini par $r = -W/Q$ où W est la somme de tous les travaux reçus par le système et Q est la somme de tous les transferts thermiques effectivement reçus par le fluide (on ne compte donc pas les transferts où le fluide fournit de l'énergie thermique). On obtient

$$r = -\frac{w_P + w_T}{q_{GV1} + q_{GV2} + q_S} = 32\%$$





11. Étude d'un turboréacteur***

1. Considérons le système $\mathcal{S}^*$ défini dans le schéma ci-contre par le contour ABCD à l'instant t et par A'B'C'D' à l'instant $t + dt$.

A	A'	C	C'
P_e	V_e	$V_{\mathcal{S}}$	V_s
B	B'	D	D'

Le système étant en régime stationnaire, le petit élément de masse dm_e de gaz entrant durant l'intervalle dt doit être égal à celui dm_s qui en sort. On note alors $dm_e = dm_s = dm$. On applique le premier principe au système fermé $\mathcal{S}^*$

$$\Delta U + \Delta E_c = Q + W_{\text{tot}} = Q + W + W_p$$

où W_p est le travail des forces de pression. Celui-ci s'écrit, puisque les pressions à l'extérieur de l'étage considéré sont constantes et que le volume $V_{\mathcal{S}}$ est constant,

$$W_p = W_e + W_{\mathcal{S}} + W_p = \int_{V_e}^0 (-P_e dV_e) + 0 + \int_0^{V_s} (-P_s dV_s) = P_e V_e - P_s V_s$$

Ainsi, $(U_s + U_{\mathcal{S}}) - (U_e + U_{\mathcal{S}}) + (E_{cs} + E_{c\mathcal{S}}) - (E_{ce} + E_{c\mathcal{S}}) = Q + W + P_e V_e - P_s V_s$

Le système ouvert $\mathcal{S}$ étant en régime stationnaire, son énergie interne $U_{\mathcal{S}}$ tout comme son enthalpie $H_{\mathcal{S}}$ ou son énergie cinétique macroscopique $E_{c\mathcal{S}}$ restent constantes et on peut au besoin les ajouter ou les enlever des termes de variation. Ainsi,

$$\begin{aligned} & \overbrace{(U_s + P_s V_s)}^{H_s} - \overbrace{(U_e + P_e V_e)}^{H_e} + E_{cs} - E_{ce} = Q + W \\ & dm h_s - dm h_e + \frac{1}{2} dm c_s^2 - \frac{1}{2} dm c_e^2 = dm (q + w) \end{aligned}$$

d'où

$$\Delta h + \Delta \frac{c^2}{2} = q + w$$

en simplifiant par dm

puisque l'on a bien pendant un intervalle dt une masse dm qui transite dans l'étage et donc un transfert thermique $Q = dm q$ et un travail fourni (autre que les forces de pression) $W = dm w$.

2. La tuyère ne fournit ni travail (autre que celui des forces de pressions) ni transfert thermique. Ainsi, la formule démontrée précédemment se réécrit

$$\Delta h + \Delta \frac{c^2}{2} = 0$$

Connaître la variation de vitesse revient à connaître la variation d'enthalpie massique qui vaut simplement, la capacité thermique à pression constante étant supposée indépendante de la température

$$\Delta h = c_p \Delta T$$

Ainsi,

$$\frac{c_5^2}{2} = -c_p \Delta T$$

d'où

$$c_5 = \sqrt{2 c_p (T_4 - T_5)} = 663 \text{ m.s}^{-1}$$

3. Dans le compresseur et dans la turbine, aucun transfert thermique ne se fait et l'énergie cinétique macroscopique du gaz ne se modifie pas. Ainsi,

$$w_{\text{Comp}} = \Delta_{1 \rightarrow 2} h = c_p (T_2 - T_1) \quad \text{et} \quad w_{\text{Tb}} = \Delta_{3 \rightarrow 4} h = c_p (T_4 - T_3)$$

Le travail de la turbine servant à entraîner le compresseur, on a $w_{\text{Tb}} = -w_{\text{Comp}}$ et ainsi,

$$T_2 = T_1 + T_3 - T_4 = 456 \text{ K}$$

4. Dans la chambre de combustion, il n'y a pas de travail w supplémentaire, donc

$$q_{\text{Cb}} = \Delta_{2 \rightarrow 3} h = c_p (T_3 - T_2) = 667 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

5. Enfin, d'après la définition donnée pour le rendement

$$r = \frac{c^2/2}{q_{\text{Cb}}} = \frac{c_p (T_4 - T_5)}{c_p (T_3 - T_2)} = \frac{T_4 - T_5}{T_3 - T_2} = \frac{T_4 - T_5}{T_4 - T_1} = 33\%$$

12. Modèle de moteur à explosion***

1. Allure générale

- (a) Le cycle est constitué de deux adiabatiques réversibles ($P \propto 1/V^\gamma$) et deux isochores ($V = C^{\text{te}}$). Le cycle complet est représenté ci-contre en échelle réelle (les pointillés serviront à illustrer la dernière question).

2. Transformation AB

- (a) Rouler à 30 km/h revient à faire tourner le moteur à 1000 tr/min, donc pour 90 km/h, le moteur tourne à 3000 tr/min, soit 50 tr/s. Ainsi, le piston monte autant de fois par seconde et en descend autant. Comme la transformation AB correspond à une montée de piston, elle dure

$$t_{AB} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{50} = 10 \text{ ms}$$

- (b) La transformation AB est très rapide devant l'échelle de temps des transferts thermiques. On peut donc raisonnablement penser que

La transformation AB est adiabatique.

- (c) Gaz parfait diatomique

- i. Ce terme contient à la fois l'énergie cinétique de translation globale dans l'espace et celle de rotation des molécules sur elles-mêmes.
- ii. L'énergie cinétique moyenne $mu^2/2$ de translation globale d'une molécule vaut $3k_B T/2$, soit, en regardant en A où la température sera la plus faible,

$$u = \sqrt{\frac{3k_B T_E}{m}} = \sqrt{\frac{3RT_E}{M}} = 5,5 \cdot 10^2 \text{ m.s}^{-1}$$

- iii. Le piston parcourt une distance $d = 80 \text{ mm}$ en $t_{AB} = 10 \text{ ms}$, ce qui correspond à une vitesse $v = d/t_{AB} = 8,0 \text{ m.s}^{-1}$, largement inférieure à la vitesse quadratique moyenne u des molécules calculée précédemment. Par conséquent, on peut supposer que du point de vue des molécules, la transformation est quasistatique et l'équilibre de pression est toujours vérifié.
- (d) La transformation étant quasistatique réversible pour un gaz parfait, on peut donc appliquer la loi de Laplace sous les formes $PV^\gamma = C^{\text{te}}$ et $TV^{\gamma-1} = C^{\text{te}'}$. Ainsi,

$$P_B = P_A \left(\frac{V_A}{V_B} \right)^\gamma = P_A a^\gamma = 25 \text{ bar} \quad \text{et} \quad T_B = T_A \left(\frac{V_A}{V_B} \right)^{\gamma-1} = T_A a^{\gamma-1} = 6,1 \cdot 10^2 \text{ °C}$$

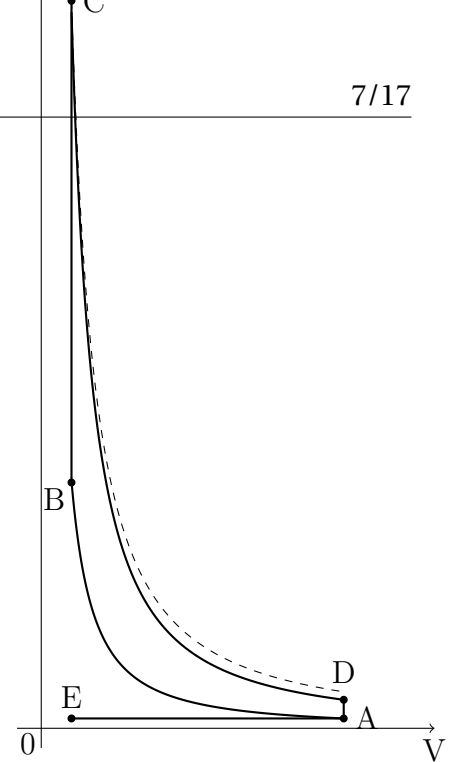
3. Transformation BC

- (a) À la vitesse de $v = 90 \text{ km/h}$, la distance $d = 100 \text{ km}$ est parcourue en un temps $t = d/v = 4,0 \cdot 10^3 \text{ s}$. La consommation étant de $5,0 \text{ L}$ pour cette distance, par unité de temps, la voiture consomme donc $1,2 \text{ mL.s}^{-1}$. La voiture effectue 50 tr.s^{-1} mais seule la moitié de ces tours de moteurs injecte de l'essence dans les pistons, d'où, en n'oubliant pas qu'il y a 4 pistons, le volume de carburant introduit par piston est donné (en litre) par

$$V_c = \frac{1,2 \cdot 10^{-3}}{4 \times 25} = 13 \text{ } \mu\text{L}$$

Pour obtenir la quantité de matière, il suffit de passer par la masse volumique et la masse molaire :

$$n_c = \frac{\rho V_c}{M_c} = 79 \text{ } \mu\text{mol}$$



- (b) Connaissant le nombre de moles de carburant, on multiplie par l'énergie Q_m produite par mole :

$$Q_{BC} = n_c \times Q_m = 4,7 \cdot 10^2 \text{ J}$$

- (c) Caractéristiques de BC

- i. Le volume occupé par le gaz en A se trouve à partir de deux relations, l'une concernant la cylindrée c et l'autre le rapport volumétrique a :

$$\begin{cases} c = 4(V_A - V_E) \\ a = \frac{V_A}{V_E} \end{cases} \iff \begin{cases} V_E = \frac{c}{4(a-1)} = 39 \text{ cm}^3 \\ V_A = \frac{ac}{4(a-1)} = 3,9 \cdot 10^2 \text{ cm}^3 \end{cases}$$

Le cylindre, de volume total V_A , contient en A du gaz à la pression $P_A = P_E$ et à la température $T_A = T_E$. Ainsi,

$$n = \frac{P_E V_A}{RT_E} = 13 \text{ mmol} \gg n_c$$

- ii. La transformation étant isochore et le gaz parfait, on a $C_V \Delta_{BC} T = \Delta_{BC} U = Q_{BC}$, ce qui permet de tirer T_C . P_C s'obtient à l'aide de la loi des gaz parfaits :

$$T_C = T_B + \frac{\gamma - 1}{nR} Q_{BC} = 2,3 \cdot 10^3 \text{ °C} \quad \text{et} \quad P_C = \frac{nRT_C}{V_E} = 74 \text{ bar}$$

4. Transformation CD

- (a) On peut à nouveau utiliser les lois de Laplace pour en déduire

$$P_D = P_C \left(\frac{V_C}{V_D} \right)^\gamma = P_C a^{-\gamma} = 2,9 \text{ bar} \quad \text{et} \quad T_D = T_C \left(\frac{V_D}{V_C} \right)^{\gamma-1} = T_C a^{1-\gamma} = 7,6 \cdot 10^2 \text{ °C}$$

5. Rendement

- (a) Les transformations isochores se font à travaux nuls alors que dans les adiabatiques, ces derniers sont égaux à la variation d'énergie interne. Ainsi,

$$W = \Delta_{AB} U + \Delta_{CD} U = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_B - T_A + T_D - T_C) = -2,9 \cdot 10^2 \text{ J}$$

On trouve bien un travail négatif car le cycle est moteur : on tourne dans le sens horaire dans le diagramme de Clapeyron, le gaz *fournit* du travail au milieu extérieur.

- (b) Histoires de rendement

- i. En utilisant le fait que $Q_{BC} = C_V (T_C - T_B)$, on obtient

$$\eta = \frac{-W}{Q_{BC}} = \frac{-T_B + T_A - T_D + T_C}{T_C - T_B} = 1 + \frac{T_A - T_D}{T_C - T_B}$$

- ii. L'application numérique donne

$$\eta = 0,60$$

6. Puissance

- (a) La puissance théorique du moteur est le rapport du travail fourni par le moteur, c'est-à-dire par quatre cylindres, à la durée d'un cycle (4 allers du piston). On obtient donc

$$\mathcal{P}_{th} = 4 \times \frac{-W}{4 t_{AB}} = 29 \text{ kW}$$

(b) La lecture directe sur le graphe à 3000 tr/min donne

$$\mathcal{P} = 32 \text{ kW}$$

(c) Le cycle théorique suppose que le coefficient γ reste constant tout au long du cycle. Or les températures explorées, notamment sur le trajet CD, sont trop importantes pour qu'une telle supposition tienne : on y « dégèle » les degrés de liberté de vibration des molécules diatomiques, résultant en une augmentation de C_V et C_P , donc une diminution de γ (la différence $C_P - C_V$ restant constante). De la sorte, la pression au point D va être plus importante que prévu, l'aire du cycle s'élargit (cf. diagramme de Clapeyron initial) et le travail fourni augmente, augmentant par conséquent la puissance puisque le temps du cycle reste inchangé. La reprise des application numérique en prenant $\gamma = 9/7$ uniquement sur le trajet CD permet d'obtenir une puissance de 33 kW, plus proche de la valeur réelle.

13. Machine avec fluide en écoulement*** <https://youtu.be/ntlwiDfGT5A>

14. Pompe à chaleur avec pseudo-sources*** https://youtu.be/W5WYoAE7_a4

15. Machine à vapeur*** <https://youtu.be/718nFJFSdvc>

16. Machine ditherme de réfrigération***

1. Performances de l'installation

(a) Le premier principe appliqué au système défini dans l'énoncé donne

$$\Delta U = W_{if} + Q_{if}$$

Comme la transformation est isobare, le travail s'écrit tout simplement

$$W_{if} = -P \Delta V = -\Delta(PV)$$

d'où

$$\Delta H = \Delta U + \Delta(PV) = \Delta U - W_{if} = Q_{if}$$

Attention à ne pas se laisser abuser par les notations. Ce n'est pas parce que la différentielle (**petite** variation) de l'enthalpie s'écrit

$$dH = dU + d(PV) = dU + PdV + VdP$$

que lorsqu'on passe aux variations on a

$$\Delta H \neq \Delta U + P \Delta V + V \Delta P$$

En de pareilles circonstances, il faut toujours revenir aux définitions, en effet

$$\Delta(PV) = P_f V_f - P_i V_i \neq P(V_f - V_i) + V(P_f - P_i)$$

quelle pression P et quel volume V choisirait-on d'ailleurs?!? Si pour une petite variation, P et V ne changent pas beaucoup (de sorte que l'on puisse indépendamment choisir la valeur de départ ou celle d'arrivée), il n'en est pas du tout de même pour une variation conséquente représentée par un Δ !

(b) Plus la température est élevée, plus une isotherme « monte haut » dans le diagramme PV. Le contact avec la source chaude se fait donc de B à D et avec la source froide de E à A. Les transformations $B \rightarrow D$ et $E \rightarrow A$ étant isobares, les transferts thermiques respectifs Q_C et Q_F sont directement donnés par les variations d'enthalpie entre les deux états

$$Q_C = m(h_D - h_B) = -162,2 \text{ kJ} \quad \text{et} \quad Q_F = m(h_A - h_E) = m(h_A - h_D) = 103,8 \text{ kJ}$$

la dernière égalité découlant du fait que la transformation $D \rightarrow E$ est isenthalpique : $h_E = h_D$.

On obtient bien $Q_C < 0$ et $Q_F > 0$ comme on s'attend à trouver dans un réfrigérateur.

(c) Le taux de vapeur en E est tel que $h_D = h_E = x h_A + (1 - x) h_L$, d'où

$$x = \frac{h_D - h_L}{h_A - h_L} = 30,0\%$$

(d) La variation d'énergie interne sur un cycle est nulle puisqu'on se retrouve dans le même état.

$$W + Q_C + Q_F = 0 \quad \text{d'où} \quad W = -Q_C - Q_F = m(h_B - h_A) = 58,4 \text{ kJ}$$

(e) Les entropies échangées avec chaque thermostat valent respectivement

$$S_C = \frac{Q_C}{T_C} = \frac{m(h_D - h_B)}{T_C} = -553,6 \text{ J.K}^{-1} \quad \text{et} \quad S_F = \frac{Q_F}{T_F} = \frac{m(h_A - h_D)}{T_C} = 373,4 \text{ J.K}^{-1}$$

Notez bien que, les température T_C et T_F **ne sont pas** les température de changement d'état du fluide dont on suit l'évolution mais bien celles des thermostats qui sont en contact avec lui. Pour que le fluide en question s'échauffe au contact avec la source froide, on se débrouille pour qu'il soit à une température **inférieure** à T_F de sorte que le transfert se fasse bien du thermostat vers le fluide. Inversement, lorsqu'il est en contact avec la source chaude, on se débrouille pour que la pression corresponde à un changement d'état à une température **supérieure** à T_C de sorte que ce soit bien le fluide qui donne un transfert thermique à la source et non l'inverse!

C'est pourquoi les entropies échangées calculées ici sont les variations d'entropie **des thermostats** et non du fluide, car seuls les thermostats évoluent de manière réversible et toute leur variation d'entropie est induite par l'entropie qu'ils échangent avec le fluide.

Au cours d'un cycle, la variation totale ΔS d'entropie est nulle puisqu'on retourne dans le même état. En fonction des entropies créées et échangées, elle s'écrit

$$\Delta S = S_F + S_C + S_p \quad \text{d'où} \quad S_p = -S_F - S_C = 180,2 \text{ J.K}^{-1}$$

On a bien produit de l'entropie du fait des irréversibilités inhérentes au fonctionnement de la machine.

(f) L'efficacité e de l'installation est définie par le rapport du gain qu'on retire du système (ici Q_F puisqu'on cherche à refroidir la source froide) par la dépense qu'on a dû faire pour l'obtenir (ici le travail W). Ainsi,

$$e = \frac{Q_F}{W} = 1,78$$

(g) S'il faut un temps dt pour faire passer une masse dm de fluide, alors la puissance $\mathcal{P}_F$ à retirer de la source froide est lié au transfert thermique massique q_F par $\mathcal{P}_F dt = q_F dm$, d'où

$$D_m = \frac{dm}{dt} = \frac{\mathcal{P}_F}{h_A - h_D} = 4,82 \text{ g.s}^{-1} = 17,4 \text{ kg.h}^{-1}$$

2. Étude de la compression de la vapeur

(a) Une compression réversible est en particulier quasistatique¹, le petit travail s'écrit $\delta W = -P dV$. Comme $\delta Q = 0$ par adiabaticité, le premier principe donne

$$dU = -P dV$$

$$\text{Comme} \quad dU = C_V dT = \frac{nR}{\gamma - 1} dT \quad \text{et} \quad P = \frac{nRT}{V}$$

$$\text{on obtient} \quad \frac{1}{\gamma - 1} dT = -T \frac{dV}{V}$$

$$\text{C'est-à-dire} \quad \frac{dT}{T} + (\gamma - 1) \frac{dV}{V} = 0 \quad \text{ou encore} \quad TV^{\gamma-1} = C^{\text{te}}$$

1. L'inverse n'étant en général pas vrai.

$$\text{avec } V = \frac{nRT}{P},$$

$$P^{1-\gamma} T^{\gamma} = C^{\text{te}}$$

Connaissant T_A et les pressions en A et B, on obtient directement

$$T' = T_A \left(\frac{P_A}{P_B} \right)^{(1-\gamma)/\gamma} = 341 \text{ K}$$

La température donnée pour T_A est inférieure à la température T_F de la source froide avec laquelle le système échange de la chaleur. Ceci est cohérent avec le fait que le transfert de chaleur se fait toujours du chaud vers le froid et donc pour que le fluide puisse prendre de la chaleur à la source froide, sa température doit bien être inférieure.

(b) Évolution polytropique

i. La première identité thermodynamique s'écrit

$$dU = T dS - P dV$$

ii. La transformation étant réversible, on a $T dS = \delta Q_f$. Ainsi, avec $\delta Q_f = a dU$, d'où

$$(1 - a) dU = -P dV$$

On peut refaire la même démonstration qu'à la question précédente pour obtenir $T^k P^{1-k} = C^{te}$, c'est-à-dire $PV^k = C^{te}$ à condition d'avoir

$$(1 - a) \frac{nR}{\gamma - 1} = \frac{nR}{k - 1}$$

iii. d'où

$$k = \frac{\gamma - a}{1 - a} = 1,2$$

iv. On obtient ainsi,

$$T'' = T_A \left(\frac{P_A}{P_B} \right)^{(1-k)/k} = 375 \text{ K} > T'$$

3. Détermination des conditions d'utilisation d'efficacité maximale

(a) Pour avoir une efficacité maximale, il nous faut un cycle réversible qui n'échange de la chaleur qu'avec les deux sources froide et chaude (donc constitué de deux adiabatiques réversibles) et tel que cet échange soit réversible, donc que la température du système soit égale à celle de la source avec laquelle il est en contact. Ainsi, le cycle d'efficacité maximale est constitué de

- deux isothermes de températures respectives T_F et T_C ;
- deux adiabatiques réversibles permettant de passer d'une isotherme à l'autre.

(b) Le transfert thermique avec la source chaude étant réversible et effectué à la température T_C , on a

$$Q'_C = m T_C \Delta S_C = -121,9 \text{ kJ}$$

Comme le cycle est réversible, il n'y a pas d'entropie créée et sur un cycle

$$\Delta S = \Delta S_C + \Delta S_F = 0$$

d'où

$$Q'_F = m T_F \Delta S_F = -m T_F \Delta S_C = 115,7 \text{ kJ}$$

(c) L'efficacité du frigo est le rapport du transfert thermique que l'on peut soutirer de la source froide (but de la manœuvre) par le travail que l'on doit fournir pour ce faire. À l'aide du premier principe, cela s'écrit

$$e_{\max} = \frac{Q'_F}{W} = \frac{Q'_F}{-Q'_C - Q'_F} = 18,5$$

17. Thermodynamique de la pompe à chaleur (MP X/ENS 2012)***

1 Diagramme de Mollier

<https://youtu.be/aCpNyXRco2E>

- 1 À pression constante et *sans changement d'état* la petite variation dH de l'enthalpie d'un fluide lors d'une petite variation dT de température s'écrit $dH = C_p dT$, soit, en passant aux valeurs massiques, $dh = c_p dT$, c'est-à-dire

$$\frac{dT}{dh} = \frac{1}{c_p} > 0$$

Hors changement d'état, la température est donc une fonction strictement croissante de l'enthalpie. En revanche, lors d'un changement d'état à pression constante (où l'enthalpie massique varie car la composition du mélange varie), la température reste constante. On peut donc en déduire que

À pression constante, la température est une fonction croissante de l'enthalpie massique mais non strictement croissante (car stationnaire lors d'un changement d'état).

- 2 La « chaleur latente massique de vaporisation » est l'ancienne dénomination de l'enthalpie massique de vaporisation, c'est-à-dire la variation d'enthalpie massique induite par le changement d'état. Sur le diagramme de Mollier, il suffit de lire la différence d'enthalpie correspondant aux points d'intersections de l'isobare de pression p avec la courbe (en cloche) de saturation.

3 Isothermes du diagramme de Mollier

- 3.a Pour une phase incompressible et indilatable, h ne dépend que de la température. Les isothermes ont donc a priori l'allure d'une **droite verticale** ($h = C^{te}$) dans le diagramme de Mollier
- 3.b Pour un gaz parfait, h ne dépend aussi que de la température. De la même façon, les isothermes ont donc a priori l'allure d'une **droite verticale** ($h = C^{te}$) dans le diagramme de Mollier
- 3.c Un changement d'état isotherme d'un corps pur se fait à pression constante. Les isothermes ont donc a priori l'allure d'une **droite horizontale** ($p = C^{te}$) dans le diagramme de Mollier lors d'un changement d'état.
- 4 La seconde identité thermodynamique s'écrit

$$dH = TdS + Vdp$$

en passant aux quantités massiques,

$$dh = Tds + vdp$$

- 5 Pour une courbe isentropique, $ds = 0$, soit

$$\frac{dp}{dh} = \frac{1}{v} > 0$$

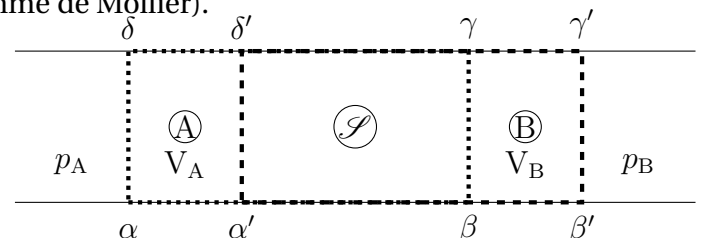
La pente d'un isentropique est bien positive puisque $d \ln p / dh$ et dp / dh sont de même signe par croissance de la fonction $\ln$.

- 6 Pour une isenthalpique, $dh = 0$, soit

$$\frac{ds}{dp} = -\frac{v}{T} < 0$$

L'entropie est bien une fonction décroissante de la pression sur une isenthalpique (c'est-à-dire que s diminue si on monte verticalement dans le diagramme de Mollier).

- 7 Soit le système **ouvert** $\mathcal{S}$ délimité par le contour $\alpha'\beta\gamma\delta'$ où pendant dt rentre une masse dm_A depuis le point A et sort une masse dm_B du point B. Considérons le système **fermé** $\mathcal{S}^*$ défini dans le schéma ci-contre par le contour $\alpha\beta\gamma\delta$ à l'instant t et par $\alpha'\beta'\gamma'\delta'$ à l'instant $t + dt$.



L'écoulement étant stationnaire, le petit élément de masse dm_A de gaz entrant durant l'intervalle dt doit être égal à celui dm_B qui en sort. On note alors $dm_A = dm_B = dm$. On applique le premier principe au système fermé $\mathcal{S}^*$

$$\Delta U = Q + W_{\text{tot}} = Q + W + W_p$$

où W_p est le travail des forces de pression en amont et en aval et W le travail utile fourni au niveau de l'étage $\mathcal{S}$ considéré. W_p s'écrit, puisque les pressions à l'extérieur de l'étage considéré sont constantes et que le volume $V_{\mathcal{S}}$ est constant,

$$W_p = W_A + W_{\mathcal{S}} + W_B = \int_{V_A}^0 (-p_A dV_A) + 0 + \int_0^{V_B} (-p_B dV_B) = p_A V_A - p_B V_B$$

Ainsi,
$$(U_B + U_{\mathcal{S}}(t + dt)) - (U_A + U_{\mathcal{S}}(t)) = Q + W + p_A V_A - p_B V_B$$

Le système ouvert $\mathcal{S}$ étant en régime stationnaire, son énergie interne $U_{\mathcal{S}}$ tout comme son enthalpie $H_{\mathcal{S}}$ restent constantes au cours du temps et on peut au besoin les ajouter ou les enlever des termes de variation. Ainsi,

$$\overbrace{(U_B + p_B V_B)}^{H_B} - \overbrace{(U_A + p_A V_A)}^{H_A} = Q + W$$

$$dm h_B - dm h_A = dm (q + w)$$

d'où

$$h_B - h_A = q + w$$

en simplifiant par dm

puisque pendant un intervalle dt une masse dm qui transite dans l'étage et donc un transfert thermique $Q = dm q$ et un travail utile fourni (autre que les forces de pression à l'entrée et à la sortie) $W = dm w$.

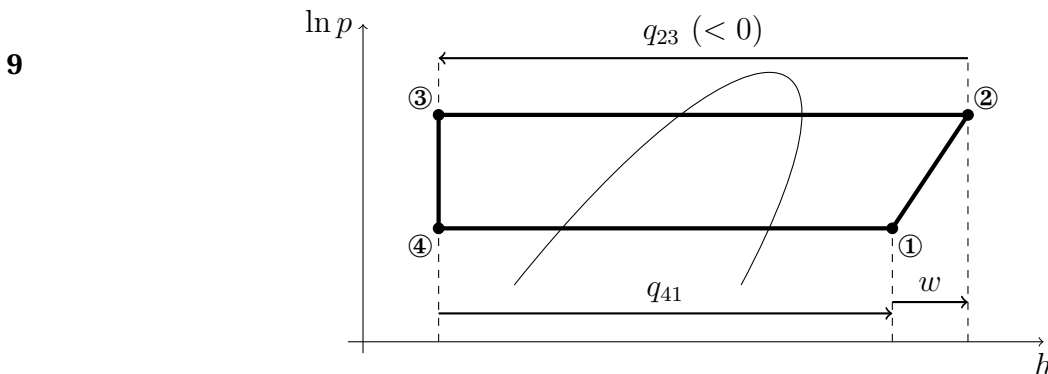
2 Cycle de la pompe à chaleur

https://youtu.be/_ZwpL4YVO9I

8 Lors de la détente, le fluide ne reçoit ni travail ($w = 0$, parois indéformables), ni transfert thermique ($q = 0$, parois ne permettant pas les échanges thermiques). Ainsi,

$$h_4 - h_3 = w + q = 0$$

La détente est bien **isenthalpique** : $h_4 = h_3$



10 On va appliquer la loi démontrée en question 7 à chaque étage de la machine. Ainsi,

$$\begin{aligned} 0 &= h_4 - h_4 \\ &= \underbrace{h_4 - h_3}_0 + \underbrace{h_3 - h_2}_{q_{23}} + \underbrace{h_2 - h_1}_w + \underbrace{h_1 - h_4}_{q_{41}} \\ 0 &= q_{23} + w + q_{41} \end{aligned}$$

Ces mêmes relations permettent de placer q_{23} , w et q_{41} sur le schéma de la question précédente.

- 11 La pompe à chaleur cherche à fournir de l'énergie à la source chaude ($-q_{23} > 0$ puisque $q_{23} < 0$) tout en fonctionnant grâce à l'apport de travail w via le compresseur. L'efficacité s'écrit bien

$$\eta = \frac{\text{ce que l'on veut}}{\text{ce que l'on doit effectivement fournir}} = \frac{-q_{23}}{w}$$

Comme $w + q_{41} = -q_{23}$ d'après la question précédente, on en déduit

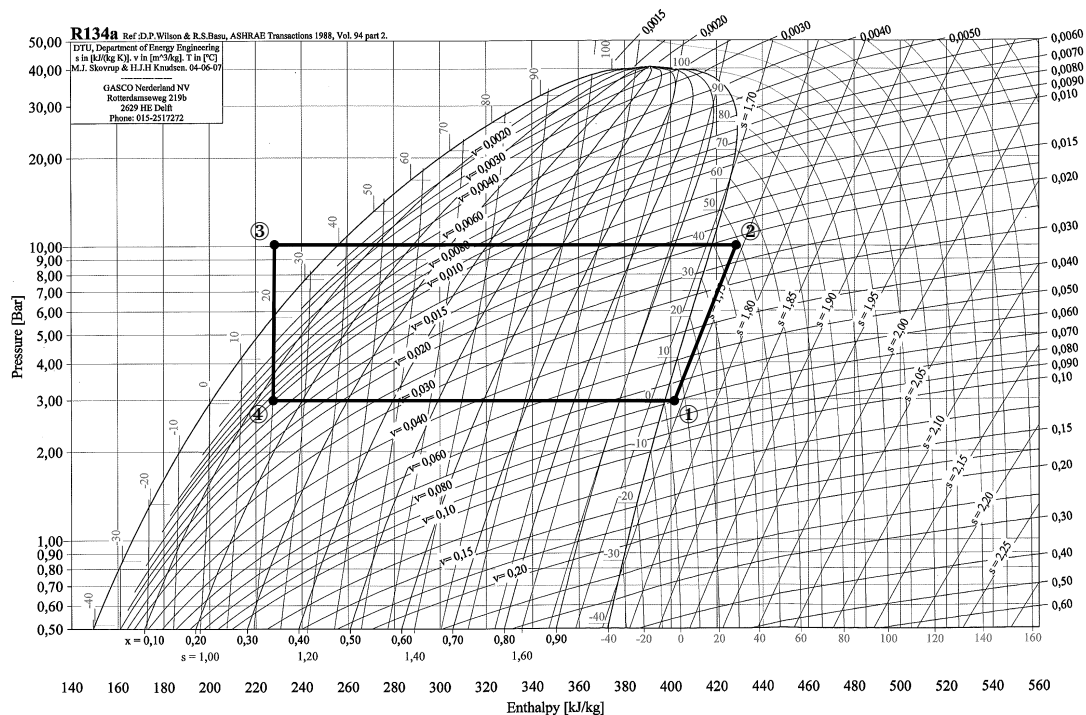
$$\eta = \frac{w + q_{41}}{w} = 1 + \frac{q_{41}}{w} > 1$$

car $q_{41} > 0$

- 12 Les isothermes de la phase liquide (dont seul le début est tracé) semblent partir bien à la verticale, confirmant l'aspect indilatable et incompressible de la phase liquide. Sous la cloche de saturation, les isothermes sont bien horizontales, confirmant là aussi les résultats de la question 3.

Les isothermes de la phase gazeuse, en revanche sont d'autant moins verticales en sortie de la courbe de saturation que l'on est proche du point critique. Mais même pour des valeurs relativement basses de température (jusqu'à -20°C), l'écart avec la verticale est relativement marqué : l'hypothèse de gaz parfait est donc partiellement discutable dans ce cas.

13



	h (kJ.kg ⁻¹)	p (bar)	T (°C)	État du fluide
①	402	3	5	gaz
②	428	10	48	gaz
③	227	10	20	liquide
④	227	3	0	mélange liq/vap

La construction de diagramme se fait en partant du point ① trouvé par l'intersection de l'isobare à $p_1 = 3$ bar avec l'isotherme à $T_1 = 5^\circ\text{C}$ en phase gazeuse. On suit alors une isentropique jusqu'à toucher la pression $p_2 = 10$ bar et on y lit la valeur de T_2 .

La deuxième transformation est isobare (donc horizontale), traverse entièrement la cloche de saturation (liquéfaction totale) et continue jusqu'à croiser la verticale qui part de $T_3 = 20^\circ\text{C}$. La troisième transformation est isenthalpique (donc verticale) jusqu'à rejoindre l'horizontale à p_1 . Il ne reste plus qu'à fermer le cycle par une nouvelle isobare (horizontale).

- 14 Les mesures précédentes permettent d'estimer

$$q_{23} = h_{\textcircled{3}} - h_{\textcircled{2}} = -201 \text{ kJ.kg}^{-1} \quad \text{et} \quad w = h_{\textcircled{2}} - h_{\textcircled{1}} = 26 \text{ kJ.kg}^{-1} \quad \text{d'où} \quad \boxed{\eta = \frac{-q_{23}}{w} = 7,7}$$

Pour un cycle de Carnot entre $T_C = T_3$ (pour que le transfert thermique aille vers la source chaude, le fluide doit toujours être plus chaud qu'elle durant la condensation) et $T_F = T_1$ (pour que le transfert thermique vienne au système depuis la source froide, le fluide doit toujours être plus froid qu'elle lors de l'évaporation), l'efficacité s'écrit

$$\boxed{\eta = \frac{T_C}{T_C - T_F} = \frac{T_3}{T_3 - T_1} = 20}$$

On remarque que l'efficacité réelle, bien que sensiblement supérieure à 1, n'en est pas moins très inférieure à l'efficacité théorique maximale du cycle de Carnot.

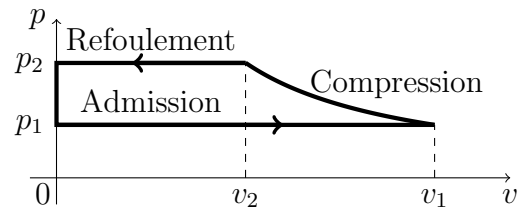
- 15** En notant $\mathcal{P}$ la puissance de chauffe, on doit avoir égalité entre l'énergie $-dm q_{23}$ fournie par le fluide qui passe et l'énergie $\mathcal{P} dt$ demandée par l'utilisateur, de sorte que

$$\boxed{\frac{dm}{dt} = \frac{\mathcal{P}}{-q_{23}} = 20 \text{ g.s}^{-1}}$$

3 Cycle du compresseur

<https://youtu.be/blXStlBo6-U>

- 16** Le diagramme (p, v) du compresseur est donné ci-contre.



- 17** Le travail massique fourni au gaz au cours d'un cycle correspond à l'aire délimitée par le cycle sur ce diagramme.

- 18** La compression étant adiabatique, le travail de v_1 à v_2 est donné par la variation d'énergie interne,

$$w_c = \Delta u = c_v (T_2 - T_1) = \frac{nR}{m(\gamma - 1)} (T_2 - T_1) = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{m(\gamma - 1)} = \frac{p_2 v_2 - p_1 v_1}{\gamma - 1}$$

Lors des phases d'admission et de refoulement, les travaux valent respectivement $-p_1 v_1$ et $p_2 v_2$, d'où

$$\boxed{w = w_c + p_2 v_2 - p_1 v_1 = (p_2 v_2 - p_1 v_1) \left(\frac{1}{\gamma - 1} + 1 \right) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} (p_2 v_2 - p_1 v_1)}$$

| On retrouve $w = \Delta h = c_p (T_2 - T_1) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} (p_2 v_2 - p_1 v_1)$ car $q = 0$ (adiabatique)

- 19** Pour une évolution isentropique d'un gaz parfait de coefficient γ indépendant de la température, on a $p^{1-\gamma} T^\gamma = C^{\text{te}}$, d'où

$$\boxed{T_2 = T_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{(1-\gamma)/\gamma} = 316 \text{ K} = 43^\circ \text{C}}$$

La valeur trouvée n'est pas très écartée (moins de 1,5% d'écart²) de la valeur mesurée sur le diagramme expérimental. Le modèle de gaz parfait utilisé, bien qu'imparfait dans notre cas, permet tout de même une bonne estimation des valeurs réelles atteintes.



2. Sur l'échelle absolue de température, bien entendu...