Énergie échangée par un système au cours d'une transformation

None available

- 1. Le travail depend du chemin suivi https://youtu.be/ohbzhTEPb3E
- **2. Évolution rectiligne** https://youtu.be/4aTRmoEIK5k
- **3. Transformation polytropique** None available
- **4. Compression isotherme et détente adiabatique*** https://youtu.be/ZmkTB_oAgcU
- 5. Cycle thermodynamique*
 - 1. Le gaz suit une évolution isentropique donc vérifie la loi de Laplace :

$$P^{1-\gamma} T^{\gamma} = C^{te} \qquad soit \qquad \boxed{P_B = P_A \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^{\gamma/(1-\gamma)} = 1,00.10^6 \ Pa}$$

2. De la même manière, on peut calculer V_B:

$$TV^{\gamma-1} = C^{te} \qquad soit \qquad \boxed{V_B = V_A \bigg(\frac{T_A}{T_B}\bigg)^{\!1/(\gamma-1)}} = 7,99.10^{-5} \; m^3$$

3. Lors d'une évolution isotherme, un gaz parfait vérifier $PV = nRT = C^{te}$, soit

$$P_{\rm C} = P_{\rm B} \frac{{
m V}_{
m B}}{{
m V}_{
m C}} = P_{
m B} \frac{{
m V}_{
m B}}{{
m V}_{
m A}} = 1,93.10^5 \ {
m Pa}$$

À noter que l'on aurait très bien pu écrire la loi des GP en A ($P_AV_A = nRT_A$) et en C ($P_CV_A = nRT_B$) pour en déduire la même valeur numérique (et c'est heureux!)

$$P_{\rm C} = P_{\rm A} \frac{T_{\rm B}}{T_{\rm A}} = 1,93.10^5 \text{ Pa}$$

4. La transformation isochore se fait se transfert d'énergie sous forme de travail. Le premier principe s'écrit donc

$$\Delta_{\text{CA}}U = 0 + Q_{\text{CA}}$$
 soit $Q_{\text{CA}} = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_{\text{A}} - T_{\text{C}}) = \frac{P_{\text{A}}V_{\text{A}}}{\gamma - 1} \frac{T_{\text{A}} - T_{\text{B}}}{T_{\text{A}}} = -96,3 \text{ J}$

Comme on observe un refroidissement à volume constant (donc sans travail) de C à A, il est bien normal de trouver un transfert thermique négatif, c'est-à-dire que le système doit donner de l'énergie à l'extérieur (ici sous forme thermique) pour baisser sa température.

- **6. Différents chemins*** None available
- **7. Compresseur d'air*** None available
- **8. Gaz dans trois compartiments**** https://youtu.be/gH8DPAPfEKM

- 9. Détente contre un ressort** Commençons par lister les différentes informations dont nous disposons sur l'état final.
 - Concernant le volume en premier lieu, il passe de V_0 à $V_0 + Sx$ et cette augmentation pourra vraisemblablement être négligée pour simplifier les calculs au besoin puisque $V_0 = S\ell$ et que l'on suppose $\ell \gg x$.
 - Ensuite, dans l'état final, il doit y avoir équilibre mécanique du piston. C'est-à-dire que la force de pression P_fS que le gaz exerce du côté gauche doit être contrebalancée par la force du ressort (de norme kx) exercée du côté droit. Ainsi $P_fS = kx$.
 - Enfin, et c'est là qu'intervient la thermodynamique, en appliquant le premier principe au système {gaz}, il vient $\Delta U = W + Q$ qui se simplifie en $\Delta U = W$ puisqu'on suppose l'évolution adiabatique. Il reste à évaluer le travail, ce qui ne peut pas se faire simplement puisqu'on suppose l'évolution non quasistatique. Il faut donc revenir à la définition et réfléchir au travail des forces extérieurs s'exeçant sur la paroi mobile, donc en l'occurrence le travail de la tension du ressort de l'autre côté du piston (les deux étant solidaires). La tension du ressort étant une force conservative, son travail vaut l'opposé de la variation d'énergie potentielle élastique $kx^2/2$, d'où

$$\Delta \mathbf{U} = -\frac{1}{2}kx^2 \qquad \text{soit} \qquad \frac{n\mathbf{R}}{\gamma - 1} \left(\mathbf{T_f} - \mathbf{T_0} \right) = -\frac{1}{2}kx^2$$

Il ne reste plus qu'à remettre tout ensemble pour trouver une équation dans laquelle *x* est la seule inconnue.

$$-\frac{1}{2}kx^{2} = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_{f} - T_{0})$$

$$= \frac{P_{f}V_{f} - P_{0}V_{0}}{\gamma - 1}$$

$$-\frac{1}{2}kx^{2} = \frac{1}{\gamma - 1} \left(\frac{kx}{S} (V_{0} + Sx) - P_{0}V_{0}\right)$$

En rassemblant les choses, il vient

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\gamma - 1}\right)kx^2 + \frac{V_0}{S(\gamma - 1)}kx - \frac{P_0V_0}{\gamma - 1} = 0$$

$$\frac{\gamma + 1}{2}kx^2 + \frac{V_0}{S}kx - P_0V_0 = 0$$

ou encore

On voit au passage qu'on ne pouvait pas négliger le terme en Sx dans le volume sans négliger à la fois le terme du travail, ce qui mène à $kx = SP_0$, soit $x = SP_0/k$. Si on ne fait pas cette approximation, la résolution du trinôme mène à deux solutions dont une négative qui n'est pas possible (le gaz aurait alors une pression négative) et dont l'autre mène au résultat précédent après un développement perturbatif au premier ordre.

10. Travaux pour un liquide** None available

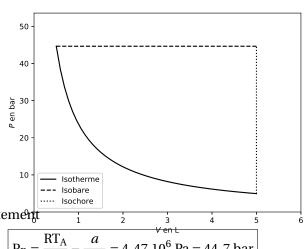
11. Cycle d'un gaz réel**

- 1. L'isotherme ressemble plus ou moins à celle d'un gaz parfait et va de la droite vers la gauche (c'est une compression). Suit une isobare (horizontale) vers la droite et une isochore (verticale) vers le bas.
- 2. La pression est donnée par l'équation d'état du gaz réel qui est fournie

$$P = \frac{RT}{V} - \frac{a}{V^2}$$

 $P = \frac{RT}{V} - \frac{a}{V^2}$ Comme on connaît V_A , V_B , T_A et $T_B = T_A$, on en déduit directement

$$P_{A} = \frac{RT_{A}}{V_{A}} - \frac{a}{V_{A}^{2}} = 4,95.10^{5} \text{ Pa} = 4,95 \text{ bar}$$



$$P_B = \frac{RT_A}{V_B} - \frac{a}{{V_B}^2} = 4,47.10^6 \text{ Pa} = 44,7 \text{ bar}$$

La pression en C est la même qu'en B du fait de l'isobare (soit $P_C = 44,7$ bar) et pour la température, comme on a en outre que $V_C = V_A$, on en déduit l'expression de la température à partir de l'équation d'état

$$T_{\rm C} = \left(P_{\rm B} + \frac{a}{{\rm V_A}^2}\right) \times \frac{{\rm V_A}}{{\rm R}} = 2,69.10^3 \text{ K}$$

3. Les travaux sur l'isobare et sur l'isochore sont simples à calculer on a respectivement

$$W_{BC} = -P_B (V_C - V_B) = -20,1 \text{ kJ}$$
 et $W_{CA} = 0$

Lors de l'isobare, le gaz fourni un travail mécanique à l'extérieur pour se détendre alors qu'il n'y a bien sûr aucun travail sur l'isochore puisque le volume reste constant. Il reste juste à déterminer le travail sur l'isotherme à $T = T_A$ en remplaçant l'expression de P en fonction de V depuis l'équation d'état du gaz

$$W_{AB} = -\int_{V_{A}}^{V_{B}} P \, dV = -\int_{V_{A}}^{V_{B}} \left(\frac{RT_{A}}{V} - \frac{a}{V^{2}} \right) dV = -RT_{A} \ln \left(\frac{V_{B}}{V_{A}} \right) - \left(\frac{a}{V_{B}} - \frac{a}{V_{A}} \right) = 5,52 \text{ kJ}$$

Pour les transferts thermiques, il suffit d'utiliser le premier principe appliqué au gaz : $Q = \Delta U - W$ avec l'expression fournie de U. Il vient alors (on rappelle que $T_B = T_A$, une partie de ΔU disparaît)

$$Q_{AB} = \Delta_{AB}U - W_{AB} = \left(-\frac{a}{V_B} + \frac{a}{V_A}\right) + RT_A \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) + \left(\frac{a}{V_B} - \frac{a}{V_A}\right) = RT_A \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = -5,76 \text{ kJ}$$

Sur l'isobare, rien de spécial

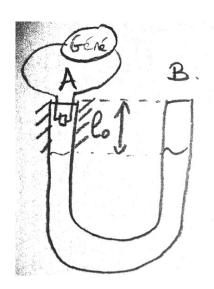
$$Q_{BC} = \Delta_{BC}U - W_{BC} = \frac{3}{2}R(T_C - T_B) + \left(-\frac{a}{V_C} + \frac{a}{V_B}\right) + P_B(V_C - V_B) = 50, 1 \text{ kJ}$$

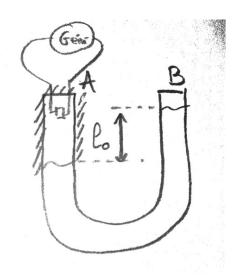
Finalement, sur l'isochore, on retrouve que

$$Q_{CA} = \Delta_{CA}U = \frac{3}{2}R(T_A - T_C) + \left(-\frac{a}{V_A} + \frac{a}{V_C}\right) = -29,8 \text{ kJ}$$

La somme donne alors $W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} + Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = 0$ J, ce qui est parfaitement logique puisque via le premier principe, cela revient à faire $\Delta_{AB}U + \Delta_{BC}U + \Delta_{CA}U = \Delta_{AA}U = U_A - U_A = 0$! On est revenu au même état, donc l'énergie interne a à nouveau la même valeur. C'est un résultat qu'on utilisera souvent dans l'étude des machines cycliques.

- **12. Oscillations adiabatiques d'un piston**** https://youtu.be/bH9nDcUjWek
- **13. Expérience de Clément-Desormes**** https://youtu.be/kd4FvBhmrTc
- 14. Compression et détente adiabatique (très classique!) d'un gaz parfait** None available
- **15. Gaz confinés par un fluide**** https://youtu.be/nN7MPDjkz1E L'important pour commencer est de se faire un bon dessin :





Ensuite, en listant les quantité connues on peut arriver à connaître l'état du côté B, puis du côté A

1. On sait que, puisque le liquide est incompressible et puisque les deux sections du tube sont forcément égales (car même volume V_0 pour même hauteur ℓ_0 de gaz), le volume occupé du côté B a été divisé par deux (le liquide est monté de $\ell_0/2$ du côté B alors qu'il est descendu de $\ell_0/2$ du côté A). Ainsi, puisque la température en B est imposée par le milieu extérieur à la valeur T_0 , la pression en B vaut

$$P_B = 2P_0$$

On en déduit la pression du côté A par application de la loi fondamentale de l'hydrostatique dans le liquide :

$$P_{A} = P_{B} + \rho g \ell_{0} = 2P_{0} + \rho g \ell_{0}$$

Comme de plus le volume V_A est connu et vaut $V_A=3V_0/2$ (car descente de $\ell_0/2$ du niveau du liquide), la loi des gaz parfait permet d'en déduire

$$T_{A} = \frac{P_{A}V_{A}}{nR} = \frac{P_{A}V_{A}}{P_{0}V_{0}}T_{0} = \frac{(2P_{0} + \rho g\ell_{0}) \times 3V_{0}/2}{P_{0}V_{0}}T_{0} = 3T_{0} + \frac{3\rho g\ell_{0}}{2P_{0}}T_{0}$$

Si on est parti à température ambiante (300 K), on est déjà à plus de 600°C (900 K)...

2. Pour le compartiment B, il s'agit d'une évolution isotherme ($T = T_0 = C^{te}$), donc le transfert thermique vaut l'opposé du travail (car $\Delta U = 0$ pour un gaz parfait qui ne change pas de température), d'où

$$Q = -W$$

$$= \int_{V_0}^{V_B} P(V) dV$$

$$= nRT_0 \int_{V_0}^{V_B} \frac{dV}{V}$$

$$= P_0 V_0 \ln \left(\frac{V_B}{V_0}\right)$$

$$Q = -P_0 V_0 \ln 2$$

Le transfert thermique reçu est bien négatif (le gaz est comprimé, il doit donc évacuer l'énergie reçue par travail sous une autre forme si il veut pouvoir rester à une même température).

3. Pour le compartiment A, on doit calculer le transfert thermique en utilisant le fait que $Q = \Delta U - W$. Comme on connaît la température finale ainsi que γ , il est facile d'évaluer que

$$\Delta U = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_A - T_0) = \frac{P_0 V_0}{\gamma - 1} \left(\frac{T_A - T_0}{T_0} \right) = \frac{P_0 V_0}{\gamma - 1} \left(2 + \frac{3\rho g \ell_0}{2P_0} \right)$$

Pour l'estimation du travail, il est nécessaire de connaître la pression au niveau de l'interface mobile avec le fluide pour un enfoncement x de l'interface (que l'on fera par la suite varier de 0 à $\ell_0/2$). Il faut alors utiliser le même procédé que pour la première question, à savoir déterminer la pression du côté B pour retrouver celle du côté A via la loi fondamentale de l'hydrostatique. En notant S la section commune des deux tubes, on a que le volume occupé par le gaz en B pour une variation x de la position de l'interface s'écrit

$$V_{Bx} = S(\ell_0 - x)$$

Ainsi, la pression en B vérifie, puisque la température y est constante,

$$P_{Bx}V_{Bx} = P_0V_0 = P_0S\ell_0$$
 soit $P_{Bx} = P_0\frac{\ell_0}{\ell_0 - x}$

La dénivellation est de 2x entre l'interface en B et l'interface en A, de sorte que

$$P_{Ax} = P_{Bx} + \rho g \, 2x = P_0 \, \frac{\ell_0}{\ell_0 - x} + 2\rho g \, x$$

Comme finalement la variation de volume du côté A s'écrit dV = Sdx, on en déduit que le travail s'écrit

$$\begin{split} W &= -\int_{0}^{\ell_{0}/2} P_{Ax} S \, dx \\ &= -\left(\int_{0}^{\ell_{0}/2} P_{0} \frac{S \, \ell_{0}}{\ell_{0} - x} \, dx + \int_{0}^{\ell_{0}/2} 2 \rho g \, x \, S \, dx \right) \\ &= -\left(\left[-P_{0} V_{0} \ln(\ell_{0} - x) \right]_{0}^{\ell_{0}/2} + \left[\rho g S \, x^{2} \right]_{0}^{\ell_{0}/2} \right) \\ W &= -\left(P_{0} V_{0} \ln 2 + \frac{\rho g S \ell_{0}^{2}}{4} \right) \end{split}$$

Finalement,

$$Q = \Delta U + P_0 V_0 \ln 2 + \frac{\rho g S \ell_0^2}{4}$$

Discutons de cette expression : le transfert thermique donné par la résistance au système se décompose en trois morveaux :

- Le premier (ΔU) correspond simplement à l'énergie nécessaire pour augmenter la température du gaz de la température initiale jusqu'à la température finale.
- Le deuxième ($P_0V_0 \ln 2$) est l'énergie qui va finalement est relarguée de l'autre côté au milieu extérieur pour maintenir le caractère isotherme de la transformation du côté B.
- Le troisième morceau, enfin, peut se réécrire

$$\frac{\rho g S {\ell_0}^2}{4} = \frac{\rho g V_0}{2} \times \frac{\ell_0}{2}$$

où l'on reconnaît que $\rho V_0/2$ correspond à la masse de fluide qu'il a fallu enlever du côté A (avec un centre de gravité situé $\ell_0/4$ en *dessous* de l'interface initiale d'équilibre) pour le mettre du côté B (avec un centre de gravité situé $\ell_0/4$ au-*dessus* de l'interface initiale d'équilibre), soit avec un déplacement de $\ell_0/2$ vers le haut. Le troisième terme correspond donc au travail qu'il a fallu four-nir pour monter cette masse de fluide d'une hauteur $\ell_0/2$ (cf énergie potentielle de pesanteur en mécanique...)

- **16. Cylindre et piston**** https://youtu.be/orPuAVzuG1E
- **17. Cycle de Lenoir**** https://youtu.be/IW9lSyTvplY

- **18. Pompe à vide**** None Available
- **19. Pompe à vide (bis)**** None available
- **20. Puissance mécanique du cœur** ** None available
- **21. Travail de refoulement**** None available