Filtrage linéaire

1. Valeurs moyenne et efficace Déterminer (de préférence de manière graphique) les valeurs moyenne et efficace des signaux suivants :

1. rectangulaire entre les valeurs $-U_0$ et U_0 ;
2. rectangulaire entre les valeurs 0 et U_0 ;
3. triangulaire entre les valeurs $-U_0$ et U_0 ;
4. triangulaire entre les valeurs 0 et U_0.

2. Gabarit passe bas*

1. Est-il possible de créer un filtre passe-bas du premier ordre (de préférence) ou du second ordre (si vraiment on ne peut l'éviter) tel que

   — toutes les fréquences inférieures à $f_1 = 100$ Hz passent « bien » ;
   — toutes les fréquences supérieures à $f_2 = 1$ kHz soient atténuées au moins de 20 dB.

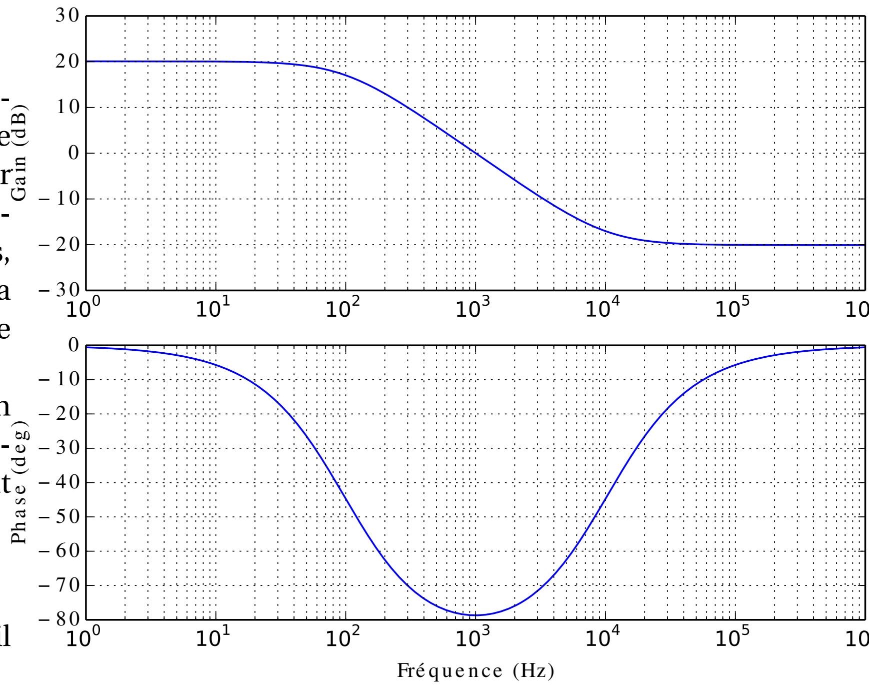
   Si c'est possible, trouver une fonction de transfert qui « marche »
2. Faire de même si $f_2 = 10$ kHz.
3. Faire de même si $f_2 = 500$ Hz.

3. Quel est donc ce filtre ?* Un DJ aimerait atténuer un peu les aiguë de la nouvelle chanteuse à la mode (qui a une petite tendance à lui vriller les tympans) sans pour autant lui couper entièrement le sifflet (sinon, il va se faire virer...). De plus, il voudrait « booster » quelque peu la basse dont la ligne mélodique lui semble intéressante. Le filtre ci-contre pourrait-il servir à ses desseins ?

En tant que bon copain, il vous demande un service : trouver la fonction de transfert du premier ordre qui pourrait marcher. En la cherchant sous la forme

$$\underline{H} = \frac{A + j f / f_1}{1 + j f / f_2}$$

pouvez-vous trouver les valeurs A, f_1 et f_2 qu'il faudrait utiliser pour que cela fonctionne ?



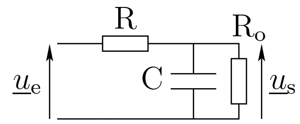
4. Gabarit passe-haut*

1. Est-il possible de créer un filtre passe-haut du premier ordre (de préférence) ou du second ordre (si vraiment on ne peut l'éviter) tel que

   — toutes les fréquences supérieures à $f_2 = 10$ kHz passent « bien » ;
   — toutes les fréquences inférieures à $f_1 = 1$ kHz soient atténuées au moins de 40 dB.

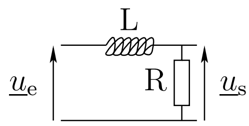
   Si c'est possible, trouver une fonction de transfert qui « marche »
2. Faire de même si $f_2 = 100$ kHz.
3. Faire de même si $f_2 = 5$ kHz.

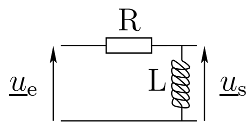
5. Filtre RC sous oscilloscope On observe la tension à la sortie d'un filtre à l'aide d'un oscilloscope de résistance R_o.



1. Quelle est l'expression de la fonction de transfert en l'absence d'oscillo ?
2. Quelle est la fréquence de coupure à −3 dB de ce filtre ? Donner l'allure du diagramme de Bode.
3. Comment est modifiée la fonction de transfert lorsqu'on branche l'oscilloscope ? Quelle est l'allure du nouveau diagramme de Bode si l'on s'amuse à le dessiner en mesurant l'amplitude à diverses pulsations à l'oscilloscope ?

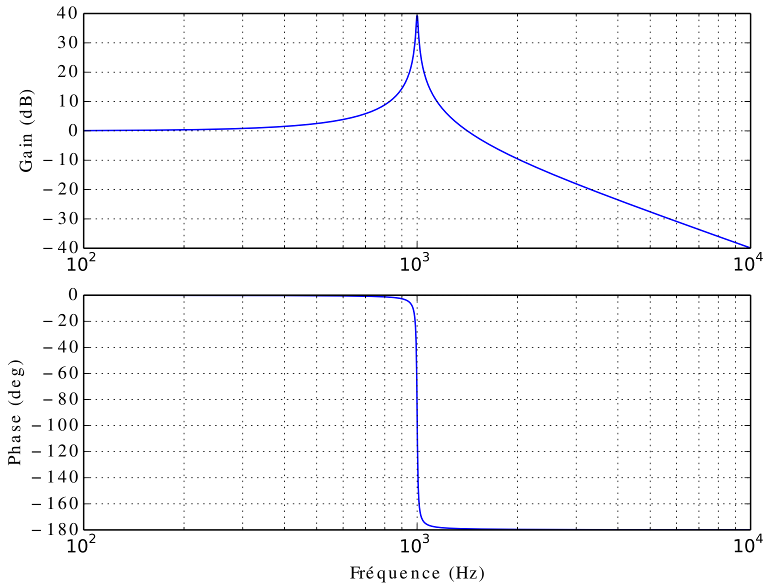
6. Filtres RL





1. Donner les fonctions de transferts des filtres bobinés ci-contre.
2. Tracer l'allure des diagrammes de Bode.
3. Comment sont modifiés ces diagrammes de Bode quand on les trace en mesurant l'amplitude du signal de sortie avec un voltmètre de résistance interne R_v ?
4. Comment sont-ils modifiés si l'on ne néglige plus la résistance interne de la bobine (sans voltmètre) ?

7. Filtrage sur une simple somme* On considère le filtre ci-contre :



1. De quel type de filtre s'agit-il ?
2. Supposons qu'on y envoie le signal $e_1(t)$ qui peut s'écrire

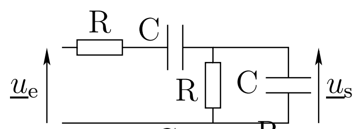
   $$e_1(t) = 2\cos(2\pi f_1 t) + 0,2\cos(2\pi f_2 t)$$

   Sachant que $f_1 = 200$ Hz et $f_2 = 3,3$ kHz, quel est le signal s_1 à la sortie du filtre ? Faire une représentation graphique de $e_1(t)$ et de $s_1(t)$
3. Mêmes questions pour le signal d'entrée $e_2(t)$ où l'on inverse les valeurs de f_1 et f_2 par rapport au cas précédent.
4. On impose à présent un signal d'entrée $e_3(t)$ de la forme

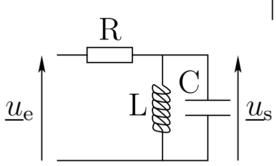
   $$e_3(t) = \cos(2\pi f_1 t) + \cos(2\pi f_2 t) + \cos(2\pi f_3 t)$$

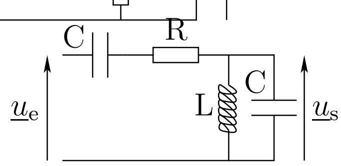
   Sachant que $f_1 = 200$ Hz et $f_2 = 1,0$ kHz et $f_3 = 3,3$ kHz, quel est le signal s_3 à la sortie du filtre ? Faire une représentation graphique de $e_3(t)$ et de $s_3(t)$. Quelle utilisation pourrait-on faire de cette propriété particulière ?

8. Filtre de Wien
Déterminer la fonction de transfert, les caractéristiques et le diagramme de Bode du filtre suivant.

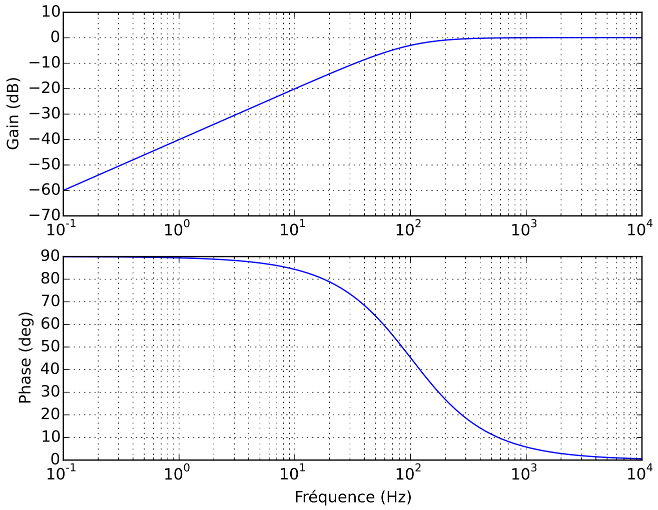


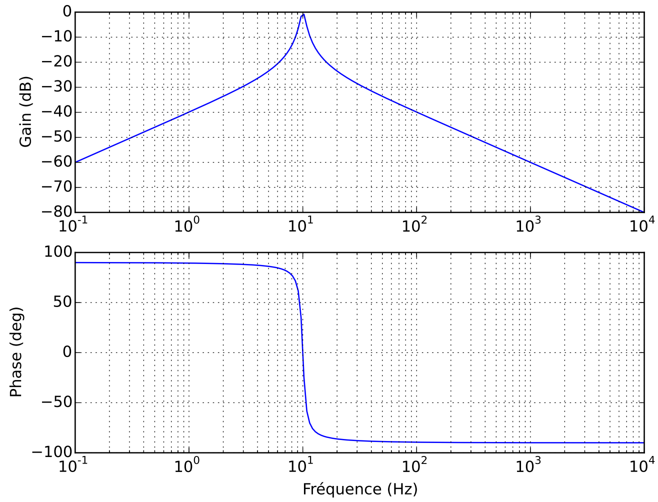
9. Passe-bandes
Étudier les deux filtres ci-contre et les comparer (différences/points communs).





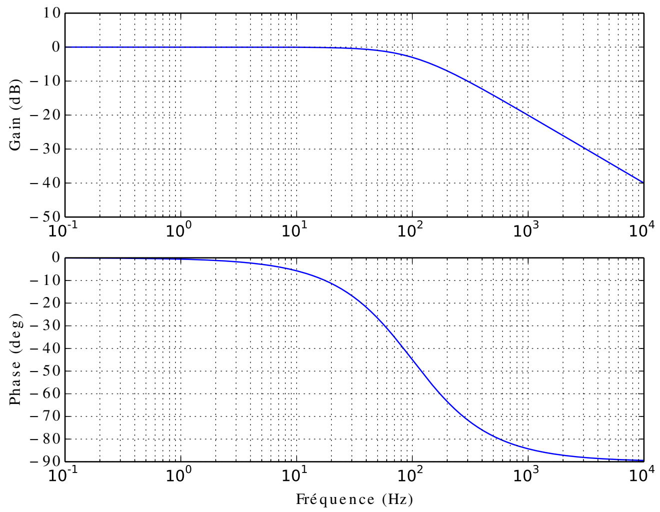
10. Dérivateur* Sachant qu'une fonction sinusoïdale se « dérive » en ajoutant simplement un déphasage de $\pi/2$ et en multipliant par la pulsation, expliquez dans quel domaine de fréquence les filtres ci-dessous peuvent servir de dérivateur.

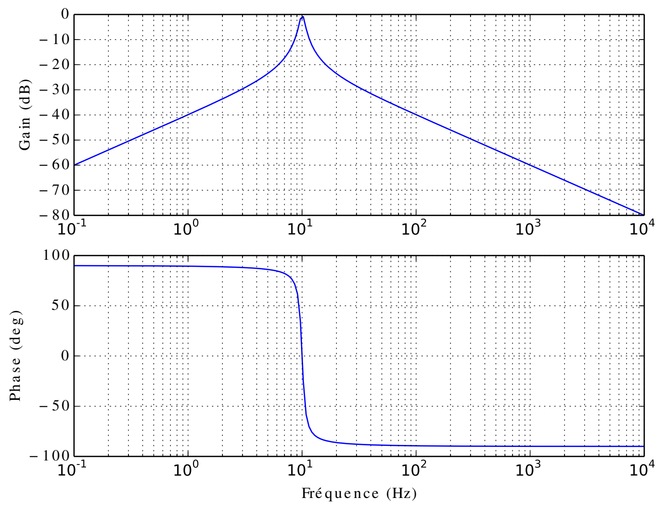




Est-ce que les amplitudes relatives de deux signaux dérivés de fréquences f_1 et $f_2 = 10f_1$ (toutes deux comprises dans les domaines déterminés précédemment) sont cohérentes l'une avec l'autre (c'est-à-dire que le rapport des amplitudes des dérivées est cohérent avec les rapport des amplitudes des signaux initiaux) ?

11. Intégrateur* Sachant qu'une fonction sinusoïdale s'« intègre » en ajoutant simplement un déphasage de $-\pi/2$ et en divisant par la pulsation, expliquez dans quel domaine de fréquence les filtres ci-dessous peuvent servir d'intégrateur.



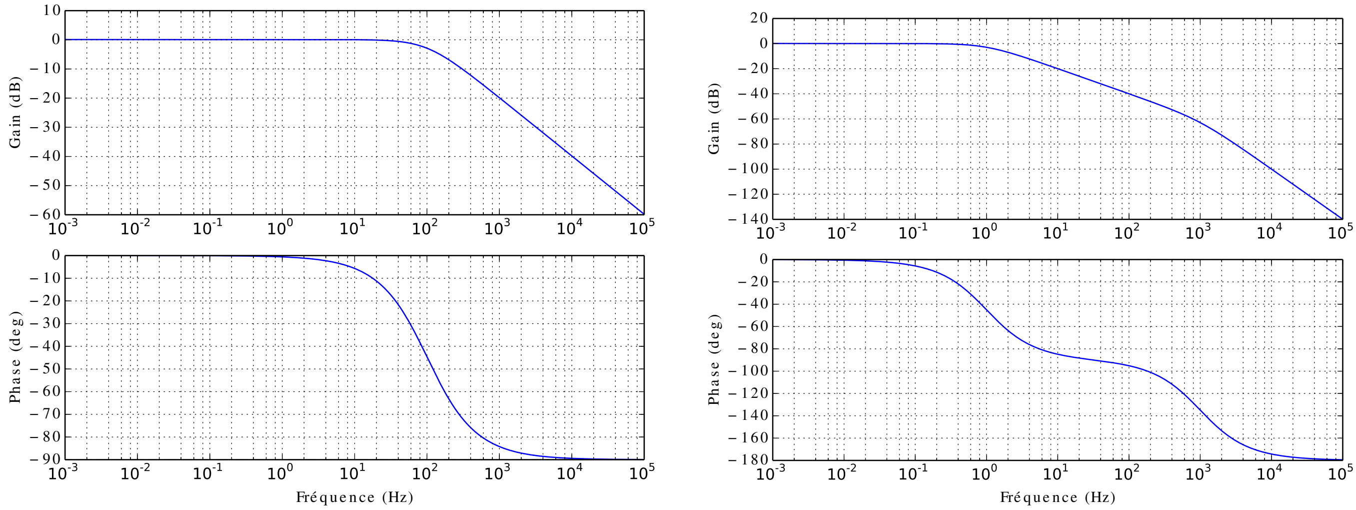


Est-ce que les amplitudes relatives de deux signaux intégrés de fréquences f_1 et $f_2 = 10f_1$ (toutes deux comprises dans les domaines déterminés précédemment) sont cohérentes l'une avec l'autre (c'est-à-dire que le rapport des amplitudes des primitives est cohérent avec les rapport des amplitudes des signaux initiaux) ?

12. Signal périodique complexe** On envoie un signal créneau sur un filtre passe-bas de fréquence de coupure f_c de sorte que la fréquence fondamentale f_0 de la décomposition en série de Fourier du créneau soit très supérieure à f_c. Que devient le signal ? On donne les décomposition d'une fonction triangle et d'une fonction créneau d'amplitude A en série de Fourier :

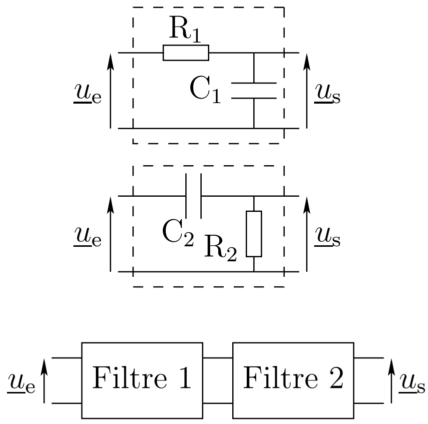
$$u_{\text{triangle}}(t) = \frac{8A}{\pi^2}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{\sin((2n+1)\omega t)}{(2n+1)^2} \qquad \text{et} \qquad u_{\text{créneau}}(t) = \frac{4A}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\sin((2n+1)\omega t)}{2n+1}$$

13. Moyenneur et calcul de valeur efficace* Un voltmètre en mode DC fonctionne en moyennant la tension entrante [1]. Dans quel domaine de fréquences les filtres suivants donnent-ils une bonne estimation de la moyenne du signal d'entrée ?



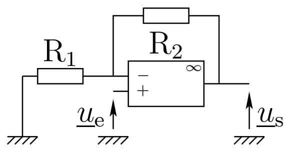
En mode AC, le voltmètre se débrouille pour multiplier le signal avec lui-même puis reprend la moyenne par la méthode précédente avant d'afficher la racine carré du nombre obtenu. Les plages de fréquences où le procédé marche correctement sont-elles changées ?

14. Filtres RC à la suite On considère la juxtaposition des deux filtres ci-contre.



1. De quel(s) type(s) de filtres s'agit-il ?
2. Dessiner les diagrammes de Bode pour chacun d'eux sur un même graphique en supposant que $R_1 = 100\,R_2$ et $C_1 = C_2 = C$.
3. En supposant que la fonction de transfert totale puisse s'écrire $\underline{H} = \underline{H}_1 \times \underline{H}_2$, proposer une méthode graphique simple pour dessiner le diagramme de Bode de l'association des deux filtres.
4. Quelle est la vrai fonction de transfert qu'il faudrait considérer ?
5. Dans quelle(s) limite(s) retrouve-t-on la fonction précédente et le diagramme de Bode associé ?

15. Stabilite d'un montage amplificateur



On considère le montage ci-dessous où le gain $\underline{\mu}(j\omega)$ de l'AO n'est pas infini mais dépendant de la pulsation (ou fréquence) selon $\underline{\mu}(j\omega) = \mu_0/(1 + j\omega/\omega_0)$ où $\mu_0 = 1{,}0.10^5$ et $f_0 = 100$ Hz. On rappelle que $\underline{u}_s = \underline{\mu}(j\omega) \times (\underline{V}_+ - \underline{V}_-)$ et on posera $A_0 = 1 + R_2/R_1$. Données : $R_1 = 10$ kΩ, $R_2 = 90$ kΩ.

1. Déterminer, à partir de la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$, l'équation différentielle reliant $u_s(t)$ à $u_e(t)$.
2. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}_\varepsilon(j\omega) = \underline{\varepsilon}/\underline{u}_e$, $\underline{\varepsilon}$ étant l'amplitude complexe associée à la tension $\varepsilon(t) = V_+ - V_-$. En déduire l'équation différentielle liant $\varepsilon(t)$ à $u_e(t)$.
3. On applique un échelon de tension de faible amplitude E constante à l'entrée $u_e(t)$ du montage, initialement au repos, à un instant choisi comme origine des temps. Déterminer les expressions de $\varepsilon(t)$ et de $u_s(t)$ et tracer les courbes correspondantes. On supposera $\varepsilon(0) = 0$ et $u_s(0) = 0$.
4. Commenter les conditions initiales.
5. Conduire une étude analogue si l'on permute les bornes + et −.

1. C'est-à-dire que pour un signal qui s'écrit $u(t) = u_0 + u_1 \cos(\omega_1 t)$, il ne reste plus que u_0 après passage dans la moulinette.