

Filtrage linéaire

1. Valeurs moyenne et efficace None available
2. Gabarit passe bas* None available
3. Quel est donc ce filtre ?* None available
4. Gabarit passe-haut* None available
5. Filtre RC sous oscilloscope None available
6. Filtres RL None available
7. Filtrage sur une simple somme* None available
8. Filtre de Wien None available
9. Passe-bandes None available
10. Dérivateur* None available
11. Intégrateur* None available
12. Signal périodique complexe** None available

13. Moyenneur et calcul de valeur efficace* On ne peut pas répondre à ces questions sans faire d'hypothèse a priori. On va donc supposer que notre signal d'entrée s'écrit $u(t) = u_0 + u_1 \cos(\omega_1 t)$ avec u_0 et u_1 du même ordre de grandeur. En outre, on considèrera avoir « trucidé » une composante quand il n'en reste plus que 1% de la valeur initiale (on a donc divisé l'amplitude correspondante par 100). Une division par 100 correspond à une chute de $20 \log(1/100) = 20 \times (-2) = -40$ dB. Pour le premier filtre, il faut donc choisir une fréquence f_1 supérieure à 10^4 Hz = 10 kHz pour ne garder que la composante continue (de fréquence nulle) alors que pour le second filtre, un gain de -40 dB est atteint dès que f_1 est supérieur à 10^2 Hz = 100 Hz.

Lors de la mise au carré du signal, en linéarisant le $\cos^2$, il vient que

$$u^2(t) = u_0^2 + \frac{u_1^2}{2} + 2u_0u_1 \cos \omega_1 t + \frac{u_1^2}{2} \cos 2\omega_1 t$$

On voit que le signal de plus faible pulsation non nulle est toujours à ω_1 donc les limitations précédentes continuent à s'appliquer (le signal à $2\omega_1$ est encore plus ratiboisé que celui à ω_1 par nos filtres passe-bas). Néanmoins, si l'on transforme un petit peu la question en regardant ce qu'il advient quand on soustrait la valeur moyenne avant la mise au carré, on obtient,

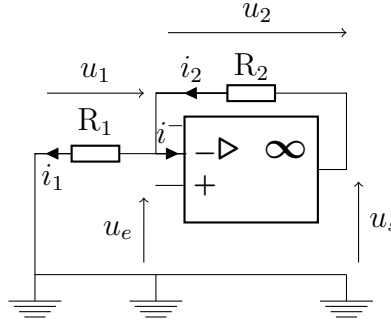
$$(u(t) - u_0)^2 = \frac{u_1^2}{2} + \frac{u_1^2}{2} \cos 2\omega_1 t$$

Cette fois-ci, le comportement sera considéré comme correct si $2f_1$ (et non directement f_1) respecte les limitations précédentes. On doit donc avoir $f_1 \geq 5$ kHz pour le premier filtre et $f_1 \geq 50$ Hz pour le second.

14. Filtres RC à la suite None available

15. Stabilité d'un montage amplificateur

1. Commençons par écrire toutes les équations qui peuvent être utiles en définissant quelques quantités dans le schéma ci-dessous :



Bien entendu, tout fonctionne aussi dans le monde des complexes, donc toutes les quantités peuvent être soulignées sans peine. Voici lesdites équations disponibles :

- d'une part, on peut affirmer que $\underline{i}_1 = \underline{i}_2$ puisque $\underline{i}^- = 0$, l'ALI étant parfait ;
- d'autre part, en sortie, on a $\underline{u}_s = \underline{V}_S - \underline{V}_M = \underline{V}_S$ où S est la sortie et M est la masse et en entrée, $\underline{u}_e = \underline{V}^+ - \underline{V}_M = \underline{V}^+$;
- enfin, les tensions $\underline{u}_1$ et $\underline{u}_2$ s'écrivent respectivement

$$\underline{u}_1 = \underline{V}^- - \underline{V}_M = \underline{V}^- \quad \text{et} \quad \underline{u}_2 = \underline{V}_S - \underline{V}^- = \underline{u}_s - \underline{V}^-$$

Comme $\underline{i}_1 = \underline{i}_2$, on peut utiliser les lois d'Ohm pour les deux résistances et obtenir

$$\frac{\underline{V}^-}{R_1} = \frac{\underline{u}_s - \underline{V}^-}{R_2} \quad \text{soit} \quad \underline{V}^- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \underline{u}_s$$

Sans surprise, on retrouve un diviseur de tension car les résistances R_1 et R_2 sont en série (car on considère $\underline{i}^-$ comme nul). On peut alors remplacer $\underline{V}^-$ dans la relation d'amplification, ce qui donne

$$\underline{u}_s = \underline{\mu} \times (\underline{V}^+ - \underline{V}^-) = \underline{\mu} \times \left(\underline{u}_e - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \underline{u}_s \right) = \underline{\mu} \times \left(\underline{u}_e - \frac{\underline{u}_s}{A_0} \right)$$

en introduisant le A_0 donné par l'énoncé. On peut alors séparer de chaque côté

$$\left(1 + \frac{\underline{\mu}}{A_0} \right) \underline{u}_s = \underline{\mu} \underline{u}_e$$

et obtenir la fonction de transfert

$$\underline{H} = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e} = \frac{A_0 \underline{\mu}}{A_0 + \underline{\mu}} = \frac{A_0 \mu_0}{A_0 (1 + j\omega/\omega_0) + \mu_0}$$

Le retour à l'équation différentielle est assez direct. Comme

$$\left[A_0 \left(1 + \frac{j\omega}{\omega_0} \right) + \mu_0 \right] \underline{u}_s = A_0 \mu_0 \underline{u}_e \quad \text{on a} \quad \frac{A_0}{\omega_0} \frac{d\underline{u}_s}{dt} + (A_0 + \mu_0) \underline{u}_s = A_0 \mu_0 \underline{u}_e$$

2. Une fois que l'on a $\underline{H}$, il est facile d'obtenir $\underline{H}_\varepsilon$: il suffit de remplacer $\underline{u}_s = \underline{\mu} \underline{\varepsilon}$ dans la définition de $\underline{H}$ et on a

$$\underline{H} = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e} = \underline{\mu} \frac{\underline{\varepsilon}}{\underline{u}_e} = \underline{\mu} \underline{H}_\varepsilon \quad \text{soit} \quad \underline{H}_\varepsilon = \frac{\underline{H}}{\underline{\mu}} = \frac{A_0}{A_0 + \underline{\mu}} = \frac{A_0 (1 + j\omega/\omega_0)}{A_0 (1 + j\omega/\omega_0) + \mu_0}$$

À nouveau, en utilisant $\underline{\varepsilon} = \underline{H}_\varepsilon \underline{u}_e$ et en se débrouillant pour ne plus avoir de fraction en $j\omega$, on obtient

$$\left[A_0 \left(1 + \frac{j\omega}{\omega_0} \right) + \mu_0 \right] \underline{\varepsilon} = A_0 \left(1 + \frac{j\omega}{\omega_0} \right) \underline{u}_e \quad \text{soit} \quad \boxed{\frac{A_0}{\omega_0} \frac{d\varepsilon}{dt} + (A_0 + \mu_0) \varepsilon = A_0 \left(u_e + \frac{1}{\omega_0} \frac{du_e}{dt} \right)}$$

3. En prenant $u_e(t) = E$ constante pour tout $t \geq 0$, cela simplifie un peu les équations différentielles (le terme en $\frac{du_e}{dt}$ disparaît). En outre, en forçant un coefficient 1 devant les fonctions inconnues recherchées, on se ramène aux équations

$$\frac{A_0}{\omega_0(A_0 + \mu_0)} \frac{du_s}{dt} + u_s = \frac{A_0\mu_0}{A_0 + \mu_0} E \quad \text{et} \quad \frac{A_0}{\omega_0(A_0 + \mu_0)} \frac{d\varepsilon}{dt} + \varepsilon = \frac{A_0}{A_0 + \mu_0} E$$

Avec les conditions initiales fournies, elles se résolvent en

$$\boxed{u_s(t) = \frac{A_0\mu_0}{A_0 + \mu_0} E (1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{et} \quad \varepsilon(t) = \frac{A_0}{A_0 + \mu_0} E (1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{A_0}{\omega_0(A_0 + \mu_0)}}$$

Avec les valeurs fournies pour R_1 et R_2 , on remarque que A_0 vaut 10 alors que μ_0 vaut 10^5 . Ainsi, on a

$$u_s(t) \approx A_0 E (1 - e^{-t/\tau}) = 10 E (1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{et} \quad \varepsilon(t) \approx \frac{A_0}{\mu_0} E (1 - e^{-t/\tau}) = 10^{-4} E (1 - e^{-t/\tau})$$

Les représentations graphiques donnent les courbes exponentielles « habituelles », si ce n'est que la tension de sortie ($u_s(t)$) tend en environ 5τ vers $10E$ alors que $\varepsilon(t)$ tend vers $E/10^4$, soit pas grand chose puisque E n'était déjà « pas grand » d'après l'énoncé. Cela montre que l'ALI s'adapte rapidement (τ vaut à peu près $A_0/(\omega_0\mu_0)$ soit de l'ordre de la micro-seconde d'après les valeurs de l'énoncé) jusqu'à un régime où les potentiels V^+ et V^- sont très proches l'un de l'autre.

4. Les conditions initiales correspondent au branchement de l'ALI sur le circuit et permettent de voir comment il s'adapte à une mise sous tension du circuit.
5. Échanger les branchement des deux bornes revient simplement à changer dans nos calculs $\underline{\mu}$ et $-\underline{\mu}$, ou encore simplement μ_0 en $-\mu_0$. Les équations différentielles deviennent alors

$$\frac{A_0}{\omega_0(A_0 - \mu_0)} \frac{du_s}{dt} + u_s = \frac{A_0\mu_0}{A_0 - \mu_0} E \quad \text{et} \quad \frac{A_0}{\omega_0(A_0 - \mu_0)} \frac{d\varepsilon}{dt} + \varepsilon = \frac{A_0}{A_0 - \mu_0} E$$

Vu que $\mu_0 \gg A_0$, le second membre devient négatif, tout comme τ . Le fait d'avoir un second membre négatif n'est pas gênant (cela ne fait que changer le signe de la sortie), mais τ étant négatif, les exponentielles explosent au lieu de tendre vers 0 et très rapidement l'ALI ne peut plus supporter le facteur d'amplification car la tension de sortie ne peut pas excéder la tension d'alimentation (15 V) en valeur absolue. Il y a saturation, le fonctionnement n'est plus linéaire.

