

## L'oscillateur harmonique

1. **Vrai/Faux**    None available
2. **Oscillations d'un même oscillateur\***    None available
3. **Oscillateur à masses différentes\***    None available
4. **Évolution temporelle\***    None available
5. **Ressort vertical\*\***

1. Pour une masse  $m$  accrochée à un ressort de constante de raideur  $k$ , l'équation différentielle vérifiée s'écrit

$$\ddot{y} + \frac{k}{m} y = 0 \quad \text{soit} \quad \boxed{\ddot{y} = -\frac{k}{m} y}$$

En effet, la position étant mesurée par rapport à la position d'équilibre, le second membre doit bien être nul ( $y = 0$  à l'équilibre par hypothèse).

2. La courbe s'annule en  $t = 0,4$  s et  $t = 5,4$  s en phase montante, d'où une période de  $T_0 = 5$  s. La pulsation s'obtient via

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 1,3 \text{ rad.s}^{-1}$$

L'amplitude vaut  $A = 3$  cm (lecture directe) et la phase à l'origine vérifie  $A \cos(\varphi) = -1,5$  cm de sorte que  $\cos \varphi = -1/2$ , soit  $\varphi = \pm 2\pi/3$ . Comme la courbe est en retard sur un cosinus pur, on a forcément  $\varphi = -2\pi/3$ .

3. L'équation de  $y(t)$  s'écrit donc (numériquement puisque l'énoncé le demande, mais c'est contre ma volonté)

$$\boxed{y(t) = 3 \cos(1,3 \times t - 2\pi/3)}$$

La vitesse initiale se mesure en tant que pente de la tangente à l'origine où l'on remarque qu'on parcourt environ 1,5 cm en 0,4 s, soit

$$\boxed{v_0 = \frac{1,5}{0,4} = 3,8 \text{ cm.s}^{-1}}$$

Pour la masse, il suffit d'utiliser la valeur connue pour  $k$  et la valeur mesurée pour  $\omega_0$  qui vaut  $\sqrt{k/m}$  :

$$\boxed{m = \frac{k}{\omega_0^2} = \frac{15}{(1,3)^2} = 9,5 \text{ kg}}$$

4. Comme  $y(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$ , la vitesse s'écrit

$$\boxed{\dot{y} = \frac{dy}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)}$$

On peut vérifier que la vitesse initiale vaut  $v_0 = -A\omega_0 \sin(\varphi) = 3 \times 1,3 \times \sin(2\pi/3) = 3,3 \text{ cm.s}^{-1}$ , assez proche de la valeur calculée plus (qui avait une certaine tendance à surestimer la pente initiale).

5. Les énergies s'écrivent respectivement

$$E_p = \frac{1}{2} k y^2 = \frac{1}{2} k A^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) \quad \text{et} \quad E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

Comme de plus  $k = m\omega_0^2$ , on en déduit que

$$E_{\text{tot}} = E_p + E_c = \frac{1}{2} k A^2 (\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi)) = \frac{1}{2} k A^2$$

## 6. Résolution d'équations différentielles

1. C'est du cours, cf notes de cours du chapitre sur l'oscillateur harmonique.

2. (a)  $x(t) = X_0 \cos \omega_0 t$

(b)  $x(t) = \frac{V_0}{\omega_0} \sin \omega_0 t$

(c)  $x(t) = X_0 \cos \omega_0 t + \frac{V_0}{\omega_0} \sin \omega_0 t$

(d)  $x(t) = \frac{aV_0}{\omega_0} \sin \omega_0 t$

3. Isochronisme : seules les amplitudes changent

**7. Enregistrement avec un accéléromètre\*** 4 carreaux valent  $3/2$  de T (entre la 2<sup>e</sup> et la 5<sup>e</sup> annulation), d'où

$$T_0 = \frac{2}{3} 4 \times 0,1 \text{ s} = 0,27 \text{ s}$$

Le « scale factor sensibility » donne la conversion de la tension (en volts) renvoyée par le capteur en accélération (en unité de  $g$ ), à savoir  $1 \text{ V/g}$ . L'amplitude verticale étant de 3 carreaux à  $0,2 \text{ V}$  par carreaux, on a donc  $a_m = 0,6g = 5,9 \text{ m.s}^{-2}$ . On en déduit l'amplitude

$$X_m = \frac{a_m}{\omega_0^2} = \frac{a_m T_0^2}{4\pi^2} = 1,1 \text{ cm}$$

Quant à la raideur

$$k = m \omega_0^2 = \frac{4\pi^2 m}{T_0^2} = 0,11 \text{ kN.m}^{-1}$$

## 8. Malade en avion\*

1. Comme  $a_m = v_m \omega = 2\pi v_m f$

$$f = \frac{a_m}{2\pi v_m} = 0,080 \text{ Hz}$$

2. Comme  $a_m = X_m \omega^2 = 4\pi^2 X_m f^2$

$$X_m = \frac{a_m}{4\pi^2 f^2} = 1,1 \text{ m}$$

9. Exploitation d'une équation horaire\* None available

10. Corde de guitare\*

$$v_m = X_m \omega = 2\pi X_m f = 1,4 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{et} \quad a_m = X_m \omega^2 = 4\pi^2 X_m f^2 = 1,9.10^3 \text{ m.s}^{-2}$$

11. Pèse-astronaute\* On a

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m_{\text{disp}} + m_{\text{astr}}}} = \frac{2\pi}{T_0}$$

d'où

$$m_{\text{astr}} = \frac{k T_0^2}{4\pi^2} - m_{\text{disp}} = 57,6 \text{ kg}$$

12. Circuit LC\* None available

13. Paramètres pertinents\* None available

