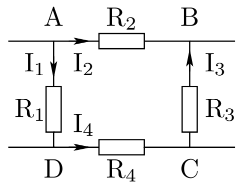
Circuits électriques dans l'ARQS

1. Convention de signe

Dans la portion de circuit ci-contre, on a



$R_1 = 1\ \mathrm{k\Omega}$ $\quad R_2 = 2\ \mathrm{k\Omega}$ $\quad V_A = 12\ \mathrm{V}$ $\quad V_D = 6\ \mathrm{V}$

$R_3 = 3\ \mathrm{k\Omega}$ $\quad R_4 = 4\ \mathrm{k\Omega}$ $\quad V_C = 0\ \mathrm{V}$ $\quad I_2 = 10\ \mathrm{mA}$

Calculer V_B, I_1, I_3 et I_4.

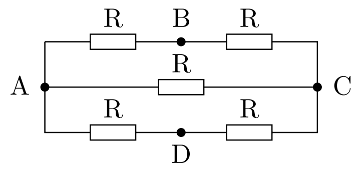
2. Dipôle non linéaire Un dipôle a une caractéristique d'équation

$$I = \alpha U^3 \qquad \text{avec} \qquad \alpha = 1{,}00\ \mathrm{mS.V^{-2}}$$

Calculer sa résistance statique R_s et sa résistance dynamique R_d. Application numérique pour $U = 2{,}0$ V. Il supporte une puissance maximale de l'ordre de 2,0 W, quelle est sa tension maximale d'utilisation ? On n'oubliera pas d'évaluer la précision des résultats.

3. Résistance équivalente

Dans le réseau ci-contre, calculer



— la résistance vue entre A et C ;

— celle vue entre B et D.

4. Diode réelle Le courant qui traverse une diode au silicium maintenue à température constante peut s'écrire

$$I_d = I_s\left[\exp\left(\frac{U}{U_t}\right) - 1\right] \qquad \text{avec} \qquad I_s = 10\ \mathrm{nA} \quad \text{et} \quad U_t = 50\ \mathrm{mV}$$

Calculer le courant I_d pour une tension U aux bornes de la diode valant

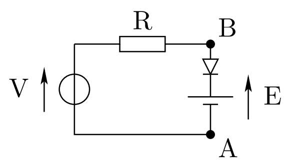
$$-1\ \mathrm{V} \qquad -0{,}5\ \mathrm{V} \qquad +0{,}6\ \mathrm{V} \qquad +0{,}7\ \mathrm{V} \qquad \text{et} \qquad +0{,}8\ \mathrm{V}$$

5. Diode modèle* On modélise une diode avec une résistance dynamique $R_d = +\infty$ pour $U < 0{,}6$ V et $R_d = 10\ \Omega$ pour $U > 0{,}6$ V. Écrire l'équation de sa caractéristique dans les deux régimes. Représenter pour $U > 0{,}6$ V

— son modèle de Thévenin, source idéale de tension en série avec une résistance ;

— son modèle de Norton, source idéale de courant en parallèle avec une résistance.

6. Montage écrêteur*



V est une tension qui varie entre 0 et 10 V, $R = 1\ \mathrm{k\Omega}$ et $E = 5{,}0$ V. La diode est celle modélisée auparavant. Représenter graphiquement la tension U_{BA} quand V varie. Même question si on inverse la diode.

7. Optimisation de puissance* Aux bornes d'un générateur linéaire de Thévenin (E, r), on branche une résistance R. Calculer la puissance $\mathscr{P}$ dissipée par effet Joule dans R. Déterminer la valeur de R qui rend cette puissance maximale.

8. Batteries automobiles* La batterie (e, r) débite dans le démarreur assimilé à une résistance R = 0,04 Ω. Calculer la puissance reçue par le démarreur si la batterie est

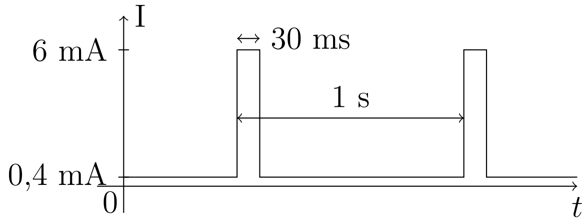
— bien chargée, $e = 12{,}0$ V et $r = 0{,}02\ \Omega$;

— déchargée, $e = 9{,}0$ V et $r = 0{,}06\ \Omega$;

Quel est le facteur qui contribue le plus à la diminution de puissance ? On associe en parallèle une batterie neuve et une batterie déchargée pour dépannage, quelle est alors la puissance fournie au démarreur ?

9. Bilan de puissance en régime périodique non sinusoïdal* Dans un réveil électromécanique alimenté par une pile de 1,5 V, à oscillateur à quartz (électro-) mais à affichage à aiguilles (-mécanique), de prix modéré, l'aiguille avance par sauts brusques espacés exactement de une seconde (à la précision de l'oscillateur à quartz).

L'évolution de l'intensité du courant débité par l'alimentation du réveil varie au cours du temps et présente l'allure indiquée sur la figure ci-contre. L'impulsion de courant correspond à l'avancement d'un cran de l'aiguille.

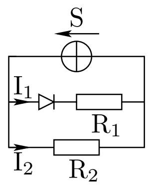


1. Évaluer la puissance maximale absorbée par le réveil puis la puissance minimale ainsi que la puissance moyenne.
2. Le réveil est alimenté avec la batterie rechargeable ci-contre. Estimer la durée de fonctionnement du réveil.

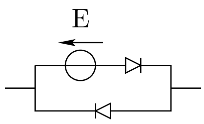
10. Sources Idéales*
Dans le montage ci-contre, on a $R_1 = 10\ \Omega$ et $R_2 = 40\ \Omega$. La diode est linéarisable dans le domaine [60 ; 100 mA] par une tension seuil $U_s = 0{,}60$ V et une résistance dynamique $R_d = 4\ \Omega$. Calculer les courants I_1 et I_2

— si la source S est une source idéale de tension E = 2 V ;

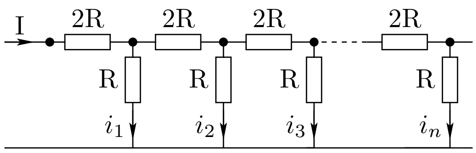
— si la source S est une source idéale de courant I = 100 mA.



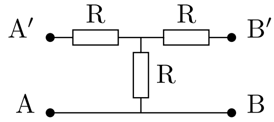
11. Caractéristique** Déterminer graphiquement la caractéristique du « dipôle »



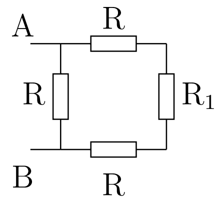
12. Chaîne résistive** On considère la chaîne infinie de résistance où le courant I est connu et constant.



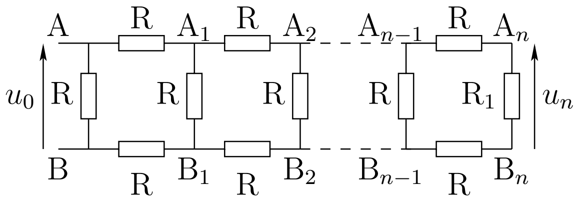
1. Expliciter la relation de récurrence vérifiée par les courants i_n. À quelle(s) condition(s) peut-on l'écrire sous la forme $i_n = i_0\,\lambda^n$?
2. Expliquer pourquoi la suite des i_n est décroissante. Déterminer les courants i_n. En déduire la résistance R_c de la chaîne.
3. On considère maintenant le « monôme » de la chaîne. On appelle résistance itérative de cet élément la valeur R_0 de la résistance à brancher entre B et B′ pour que la résistance apparente de l'ensemble, vue entre A et A′, soit encore égale à R_0. Calculer R_0. Établir une relation simple entre R, R_0 et R_c. Commenter.



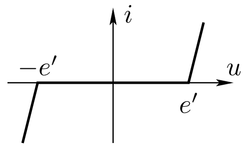
13. Résistance itérative**

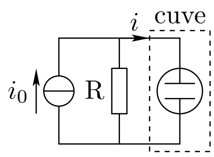


1. Déterminer la valeur de la résistance R_1 telle que la résistance équivalente au réseau ci-contre entre A et B soit R_1
2. En déduire la valeur la la tension u_n dans le réseau de la figure ci-dessous ; on prendra pour R_1 la valeur déterminée à la question 1.



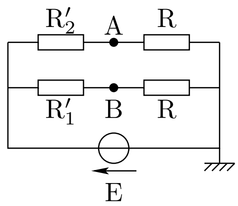
14. Cuve à électrolyse** On s'intéresse à une cuve à électrolyse dont on donne la caractéristique courant-tension en convention récepteur où les deux portions obliques ont la même pente $1/r$. On place ce dipôle dans le circuit adjacent.





1. Trouver une condition sur i_0 pour qu'il y ait une électrolyse, c'est-à-dire que $i \neq 0$.
2. La condition précédente est vérifiée et impose $i > 0$. Calculer le courant i dans la cuve.
3. Toujours avec $i > 0$, la cuve ne peut recevoir une puissance électrique instantanée supérieure à $\mathscr{P}_{\max}$ sous peine d'être détériorée. En déduire une nouvelle condition sur i_0.

15. Pont de Wheatstone et jauges de contrainte** On considère le circuit suivant

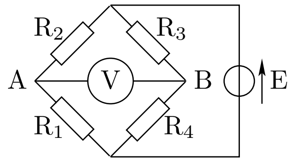


1. À quelle condition sur R'_1 et R'_2 la différence de potentiel entre A et B est-elle nulle ?
2. Les résistors R'_1 et R'_2 sont en fait des jauges de contrainte fixées sur une tige métallique. Lorsque celle-ci se déforme, les résistances R'_1 et R'_2 varient selon une loi du type

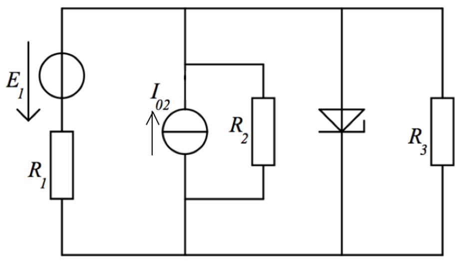
$$\begin{cases} R'_1 = R + x \\ R'_2 = R - x \end{cases} \qquad \text{avec} \qquad x \ll R$$

Exprimer alors U_{AB}, mesurée par un voltmètre, en fonction de R et x au premier ordre en x. Proposez une application du dispositif.

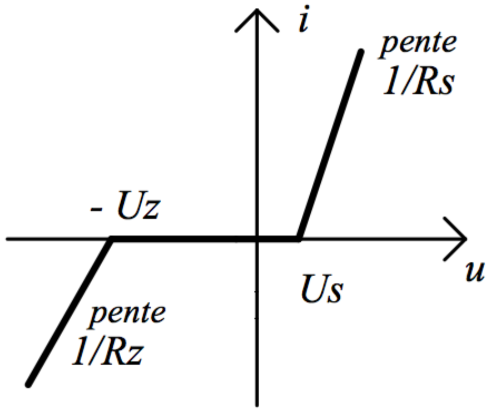
16. Traitement général d'un pont de Wheatstone résistif** On définit de manière générale le pont de Wheatstone par le schéma suivant. Exprimer U_{AB} en fonction des résistances et de E. À quelle condition le pont est-il équilibré (*ie* $U_{AB} = 0$) ?



17. Diode Zéner et modélisation** On considère le circuit ci-dessous constitué de générateurs, de résistances et d'une diode Zéner.

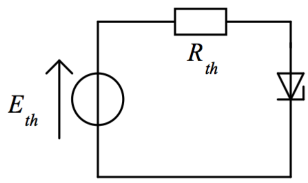


La caractéristique modélisée de la diode est la suivante :



Données : $R_1 = 11\ \Omega$; $R_2 = 11\ \Omega$; $R_3 = 20\ \Omega$; $I_{02} = 0,80$ A ; $U_s = 0,80$ V ; $R_s = 1,2\ \Omega$; $U_z = 2,7$ V ; $R_z = 4,8\ \Omega$.

1. Montrer que le circuit peut être modélisé par la diode associée en série avec un générateur de Thévenin. On déterminera littéralement et par le calcul la résistance R_{th} ainsi que la tension E_{th} pour les trois valeurs suivantes de E_1 : $E_1 = 5,8$ V ; $E_1 = 8,0$ V et $E_1 = 17$ V.



2. Déterminer l'intensité I et le sens du courant qui traverse la diode Zéner dans les trois cas suivants : $E_1 = 5,8$ V ; pour $E_1 = 8,0$ V et pour $E_1 = 17$ V.

18. Stabilisation de tension par diode Zener*** Un générateur peut être modélisé comme une source idéale de tension E = 10 V en série avec une résistance $r = 50\ \Omega$.

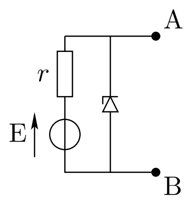
1. On branche aux bornes du générateur une résistance R susceptible de varier. Calculer la tension U aux bornes de R puis le facteur de stabilisation

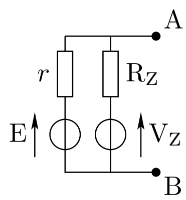
$$S = \frac{dR/R}{dU/U}$$

qui compare les variations relatives (faibles) de R et de U. Application numérique pour

$$R = 200\ \Omega \qquad \text{et} \qquad dR = 10\ \Omega$$

2. On ajoute une diode Zener montée en inverse aux bornes A et B du générateur. Si la tension U_{AB} reste entre 5,20 et 5,40 V, on peut modéliser la diode par une source idéale $V_Z = 5,0$ V en série avec $R_Z = 4,0\ \Omega$





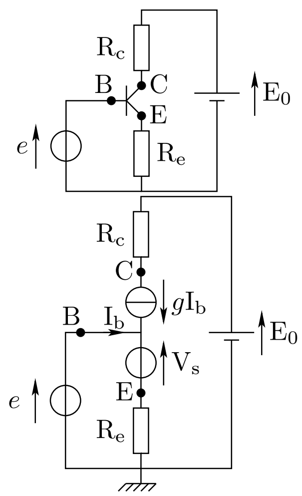
   (a) Quel est le dipôle de Thévenin vu entre A et B ?
   (b) On branche à nouveau la résistance R entre A et B. Calculer la tension aux bornes de R et le nouveau facteur de stabilisation S_Z. Application numérique comme dans la question 1.
   (c) Calculer les courants qui circulent dans les trois branches.
   (d) Expliquer qualitativement pourquoi le montage a un meilleur facteur de stabilisation.
   (e) La stabilisation fonctionne-t-elle encore avec $R = 50\ \Omega$?

19. Modélisation d'un transistor NPN***
On réalise un montage dit « émetteur commun » utilisant un transistor [tripôle (B, C, E)], e une tension variable et les valeurs suivantes

$$E_0 = 15\ \mathrm{V} \qquad R_c = 5000\ \Omega \quad \text{et} \quad R_e = 1000\ \Omega$$

On peut modéliser le transistor en fonctionnement « normal » par le modèle Ebers Moll avec

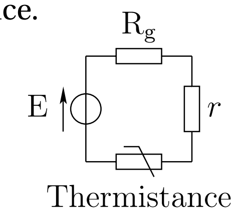
$$V_s = 0{,}6\ \mathrm{V} \qquad \text{et} \qquad g \approx 100$$



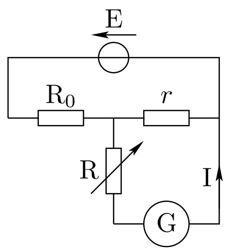
1. Si e varie de v (petit), montrer que le potentiel V_C du point C varie de V que l'on calculera
2. L'amplification en tension dépend-t-elle de la (grande) valeur de g amenée à varier lentement au cours du temps selon l'état d'usure du transistor ?

20. Étude d'une thermistance*** Une thermistance est une résistance dont la valeur dépend fortement de la température selon la loi $R(T) = R_\infty \exp(a/T)$ où R_∞ et a sont des constantes positives et T la température absolue.

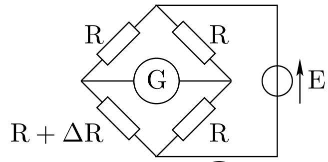
1. Sachant que $R(T_1) = \alpha$ et $R(T_2) = \beta$, déterminer R_∞ et a.
   Application numérique : $T_1 = 300$ K, $T_2 = 420$ K, $\alpha = 160\ \Omega$ et $\beta = 29\ \Omega$.
2. La relation entre la puissance dissipée par la thermistance et sa température est donnée par la loi de Newton $P = K(T - T_0)$ avec $K = 8.10^{-3}\ \mathrm{W.K^{-1}}$ constante de dissipation thermique et T_0 la température ambiante. On désigne par U_t la tension aux bornes de la thermistance et I_t l'intensité qui la traverse.
   (a) Déterminer U_t et I_t en fonction de T.
   (b) Tracer sur le même graphe les caractéristiques pour T_0 égale à 293 K, 313 K et 333 K.
3. On souhaite utiliser la thermistance comme stabilisateur de tension. La température ambiante est de 20°C. On associe une résistance r de 3,5 Ω en série avec la thermistance.
   (a) Tracer la caractéristique du dipôle constitué de la résistance r et de la thermistance.
   (b) Dans quel domaine d'intensité joue-t-il le rôle de stabilisateur de tension ?
   (c) Donner les valeurs de R_g dans le montage ci-contre permettant de réaliser cette stabilisation sachant que E = 10 V.



21. Résistance d'un galvanomètre*** Sur le montage suivant, le générateur a une force électromotrice E = 2 V, $R_0 = 1000\ \Omega$ et $r = 1\ \Omega$. R est une résistance variable et G un galvanomètre assimilable à une résistance g.

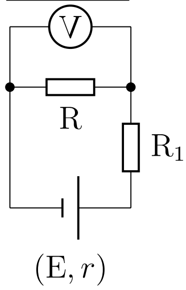


1. Exprimer l'intensité I traversant le galvanomètre en fonction de E, R_0, r, R et g. Examiner le cas où l'on confond $R_0 + r$ avec R_0.
2. Pour R = 0, la déviation du galvanomètre est $n_0 = 10$ divisions ; pour $R = R_0$, cette déviation est $n_1 = 5$ divisions. Par ailleurs, I est proportionnelle à la déviation n : $I = k\,n$. Calculer k et la résistance interne g du galvanomètre. Sachant que n peut être déterminée avec une incertitude de $\Delta n = 0{,}1$, calculer l'incertitude Δg sur g.



3. Le galvanomètre précédent est monté dans le pont ci-contre avec le même générateur de force électromotrice E = 2 V. En supposant $\Delta R \ll R$, trouver la relation numérique liant ΔR à l'indication n du galvanomètre pour $R = 1000\ \Omega$.

22. Mesure d'une résistance***



On désire mesurer la résistance du résistor R dans le montage ci-contre à l'aide d'une source de tension de f.é.m. E = 10 V et de résistance interne $r = 20\ \Omega$, d'une résistance de valeur connue $R_1 = 30\ \Omega$ et d'un voltmètre équivalent à sa résistance interne R_V.

1. Préliminaires
   (a) Tracer, en convention générateur, la caractéristique de la source de tension. Justifier le tracé.
   (b) Quelle doit être la relation entre la résistance R et celle du voltmètre pour que l'influence de ce dernier soit négligeable.
2. Le voltmètre affiche une valeur U = 3,1540 V
   (a) **Cas 1 :** L'intensité du courant circulant dans le voltmètre est négligeable. Exprimer la tension U mesurée en fonction de E, r, R_1 et R. En déduire l'expression de R en fonction de U, E, r et R_1. Faire l'application numérique.
   (b) Déterminer graphiquement l'intensité du courant dans le circuit en vous servant de la question 22.1a et de la valeur de R calculée à la question précédente.
   (c) **Cas 2 :** L'intensité du courant circulant dans le voltmètre n'est pas négligeable. Exprimer la tension U mesurée en fonction de E, r, R_1, R et R_V.
3. Le constructeur donne les caractéristiques suivantes pour le voltmètre

Position du commutateur	Gammes	Précision	Impédance d'entrée	Protection	Résolution
mV	500 mV	0.025%L**+2UR	10 MΩ/1GΩ*	±1100 VPK***	10 µV
VDC	5 V	0.025%L**+2UR	11 MΩ	±1100 VPK	100 µV
	50 V	0.025%L**+2UR	10 MΩ	±1100 VPK	1 mV
	500 V	0.025%L**+2UR	10 MΩ	±1100 VPK	10 mV
	1000 V	0.025%L**+2UR	10 MΩ	±1100 VPK	100 mV

   (a) Justifier, compte tenu de ces informations, si oui ou non on peut négliger l'intensité du courant circulant dans le voltmètre.
   (b) Déterminer l'incertitude sur la mesure de U.
4. Désormais, on suppose l'intensité du courant circulant dans le voltmètre négligeable. La sensibilité du montage est définie par $s = \dfrac{dU}{dR}$.
   (a) Justifier cette définition.
   (b) Déterminer l'expression de la sensibilité en fonction des données.
   (c) Comment faut-il choisir R_1 pour maximiser la sensibilité ?

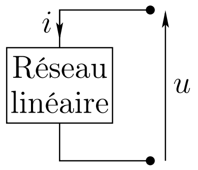
23. Théorème de Thévenin*** Ce théorème découle directement de la linéarité du réseau qui stipule que dans chaque branche du réseau, on ait une relation linéaire[1] entre le courant qui y circule et la tension à ses bornes :

$$u_{\text{branche}} = \alpha_{\text{branche}}\, i_{\text{branche}} + \beta_{\text{branche}}$$

1. au sens du physicien.

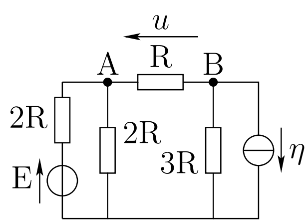
c'est-à-dire que la branche en question peut se ramener soit à un générateur de Thévenin, soit à un générateur de Norton[2]. En particulier, cela exclut en général son utilisation sur des réseaux contenant des dipôles non linéaires telles les diodes.

Si chaque branche admet une telle relation linéaire entre courant et tension, alors comme les lois des nœuds et lois des mailles successives ne font intervenir que des sommes, le réseau global admet une relation linéaire entre la tension u à ses bornes extérieures et le courant i qui le traverse



$$\Longleftrightarrow \quad u = \alpha\, i + \beta$$

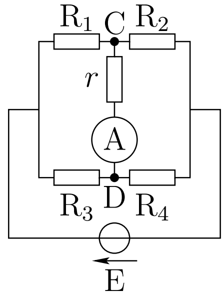
1. Démonstration du théorème
   (a) Rappeler comment on « éteint » un générateur idéal de tension et un générateur idéal de courant (on dit qu'on « passive » les sources).
   (b) Si dans un bout de circuit, on passive les sources présentes, quelle est la relation résultante entre la tension u à ses bornes et le courant i qui le traverse ? Le vérifier sur un générateur de Thévenin et un générateur de Norton
   (c) Établir le théorème de Thévenin :
   Un réseau dipolaire linéaire (ne comportant aucune source liée à son milieu extérieur) est équivalent à un générateur de Thévenin de
   — force électromotrice E_T égale à la tension aux bornes du réseau lorsqu'il ne débite aucun courant, aussi appelée « tension à vide » ;
   — résistance R_T égale à la résistance équivalente au réseau quand toutes ses sources ont été passivées.
2. À titre d'exemple simple, on se donne le circuit ci-dessous où E désigne une force électromotrice constante et η un courant électromoteur constant. On cherche à déterminer la tension $u = u_{AB}$.



   (a) Définir précisément sur un schéma le réseau étudié et lui appliquer le théorème de Thévenin.
   (b) Faire un schéma *orienté* du circuit complet dans lequel le réseau précédent est remplacé par son équivalent de Thévenin. En déduire la tension u.
   (c) Retrouver le résultat sur u en utilisant les équivalences Thévenin/Norton.
3. En s'inspirant de l'énoncé du théorème de Thévenin, énoncer son symétrique le théorème de Norton.

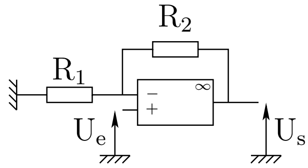
24. Application** On considère un pont de Wheatstone représenté sur le schéma suivant dans lequel la branche centrale est constituée d'un galvanomètre[3] assimilable à un ampèremètre non idéal de résistance r (le schéma tient compte de ce modèle).

2. Générateur idéal de courant en parallèle avec une résistance.
3. Un galvanomètre est un ampèremètre adapté à la détection/mesure de très faibles intensités.

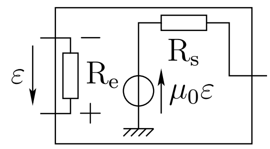


1. Calculer l'intensité i_{CD} dans la branche centrale en appliquant le théorème de Thévenin.
2. La résistance R_4 est en fait une thermistance[4]. Soumise à une (faible) variation de température, sa résistance devient $R_4 + dR_4$. On choisit de prendre $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$. Calculer i_{CD} dans ce cas en fonction de E, R, r et dR_4.
3. Montrer que, si l'on connaît le paramètre α de la thermistance défini par $dR_4 = \alpha dT$, alors en mesurant i_{CD} on peut déterminer la variation de température dT de la thermistance.

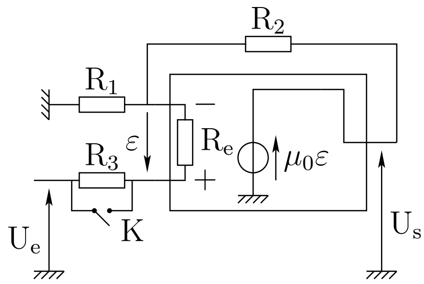
25. Impédances d'entrée et de sortie d'un AO***



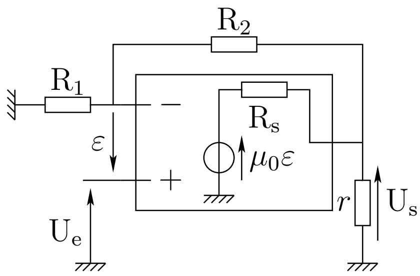
1. **Montage de base.** Déterminer la relation $U_s/U_e = 1 + R_2/R_1$ pour le montage amplificateur non-inverseur représenté ci-contre, l'AO fonctionnant en régime linéaire.



Afin de creuser un peu les hypothèses du cours, on considère le modèle ci-contre de l'AO où sont représentées les impédances d'entrée R_e et de sortie R_s (qui ne sont autres que des résistances) et l'amplification non infinie μ_0.



2. **Impédance d'entrée.** On réalise le montage amplificateur non inverseur ci-contre pour lequel on ne tient pas compte de la résistance de sortie ($R_s \to 0$). On note U_{s0} la tension de sortie lorsque l'interrupteur K est fermé et U_{s1} lorsque K est ouvert.
   (a) Montrer que $\dfrac{U_{s0}}{U_{s1}} = 1 + \dfrac{A_0}{\mu_0}\dfrac{R_3}{R_e}$ où $A_0 = 1 + \dfrac{R_2}{R_1}$. On fera les simplifications nécessaires sachant que $\mu_0 \gg 1$, $R_e \gg R_1$, $R_e \gg R_2$ et $R_3 \approx R_e$.
   (b) Déterminer l'expression de l'incertitude ΔR_e sur R_e en fonction de l'incertitude ΔU sur U_{s0} et U_{s1} ; les incertitudes portant sur les résistances ou le gain de l'AO sont supposées négligeables.



3. **Impédance de sortie.** On réalise le montage amplificateur non inverseur ci-contre pour lequel on ne tient pas compte de la résistance d'entrée ($R_e \to \infty$). On note U_{s0} la tension de sortie lorsque la résistance r n'est pas là et U_{s2} lorsque r est mise en place.
   (a) Montrer que $\dfrac{U_{s0}}{U_{s2}} = 1 + \dfrac{A_0}{\mu_0}\dfrac{R_s}{r}$ où $A_0 = 1 + \dfrac{R_2}{R_1}$. On fera les simplifications nécessaires sachant que $\mu_0 \gg 1$, $R_s \ll R_1$, $R_s \ll R_2$ et $r \approx R_s$.
   (b) Déterminer l'expression de l'incertitude ΔR_s sur R_s en fonction de l'incertitude ΔU sur U_{s0} et U_{s2} ; l'incertitude sur r est supposée négligeable.

♫

4. Une thermistance est un résistor dont la résistance dépend de la température.