

Lentilles minces dans l'approximation de Gauss

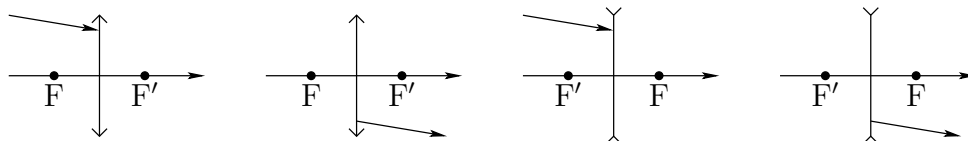
FORMULAIRE

Formule de Descartes : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$ ou $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$

Formule de Newton : $\overline{FA} \times \overline{F'A'} = -f'^2$ ou $xx' = -f'^2$ (attention, il y a 2 « prime » dans x')

Grandissement : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{p'}{p} = \frac{\overline{F'A'}}{-f'} = \frac{f'}{\overline{FA}}$

1. Tracé de rayons Dans les différents cas suivants, tracez le rayon émergent ou incident.



2. Relation de conjugaison Un bouchon de liège de 3,0 cm de haut est placé à 75 cm d'une lentille mince convergente de 25 cm de distance focale. Étudier complètement l'image obtenue.

3. Soirée diapos L'objectif d'un projecteur de diapositives, assimilé à une lentille mince convergente de distance focale 8 cm, donne une image d'une diapositive haute de 24 mm sur un écran placé à 3,0 m. Quelle est la taille de l'image? Comment doit-on positionner la diapo pour la voir « à l'endroit »?

4. Sens unique* Montrer que l'image se déplace dans le même sens que l'objet quelle que soit la lentille.

5. Convergence ou divergence?* Pour voir si une lentille est convergente ou divergente, on la pose sur un objet plan puis on rapproche un peu la lentille de l'œil. Comment évolue l'angle sous lequel on voit l'objet dans les deux cas?

6. Myopie* Un observateur regarde un objet de taille 2 cm à 40 cm de distance. Il place une lentille divergente de focale $f' = -5$ cm à 10 cm devant l'objet. Construire l'image virtuelle obtenue et comparer les angles sous lesquels il a vu l'objet avant et après l'utilisation de la lentille.

7. Distance minimale* Une lentille convergente de distance focale f' donne une image réelle d'un objet réel. Calculer la distance objet-image et montrer que son minimum est $4f'$.

8. Sherlock Une lentille marquée 5 dioptries donne une image renversée agrandie 4 fois d'un objet lumineux réel. Où sont l'objet et l'image?

9. Holmes* Quelle doit être la distance focale d'une loupe qui grossit 4 fois pour une personne¹ qui place l'objet à 20 cm de ses yeux? à 40 cm?

10. Combinaison de lentilles minces* Un système est composé de deux lentilles minces biconvexes $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_2$ de distances focales respectives 10 cm et 20 cm respectivement, séparées par une distance de 20 cm.

1. Étudier l'image d'un objet de 5,0 cm de dimension, placé à 20 cm devant la première lentille.
2. Vérifier la réponse par construction graphique.

1. L'observateur règle la position de la loupe pour voir l'image à l'infini.

11. Optique expérimentale*

1. Objets et images

- Qu'est-ce qu'un objet virtuel? Comment peut-on le «fabriquer»? Mettre un schéma explicitant votre réponse.
- Qu'est-ce qu'une image virtuelle? Comment peut-on la «voir»? La situer?

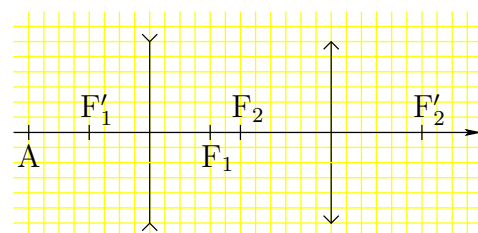
2. Détermination de distance focale

Pour tous les modes opératoire demandés, vous avez à disposition sur un banc d'optique une source lumineuse avec un objet, des lentilles connues (convergentes et divergentes), des miroirs (plans et sphériques), un écran. On vous donne deux lentilles inconnues.

- Proposer une manipulation (décrire le mode opératoire) pour déterminer sa nature (convergente/divergente).
- La première lentille inconnue est convergente.
 - Décrire la méthode dite «de Silberman» pour déterminer sa distance focale.
 - Décrire la méthode dite «de Bessel» pour déterminer sa distance focale. En particulier, établir l'expression de f' en fonction des distances D et d (à définir) mesurées.
- La deuxième lentille inconnue est divergente. Donner un mode opératoire pour déterminer expérimentalement sa distance focale.

12. Système à deux lentilles*

- Déterminer par une construction géométrique la position de l'image intermédiaire A_1 (image de A par L_1) et de l'image finale A' (image de A_1 par L_2) dans le système optique suivant ($f'_1 = -2,0$ cm, $f'_2 = 3,0$ cm, $\overline{O_1O_2} = 6,0$ cm). Préciser la nature de A_1 et A' (objet/image, réel/virtuel).
- Vérifier le résultat en utilisant les relations de conjugaisons.
- Tracer un faisceau de rayons issus de A .



13. Microscope* Un microscope simple a pour objectif une lentille mince convergente $\mathcal{L}_1$ de 2,0 cm de distance focale et pour oculaire une lentille $\mathcal{L}_2$ de 5,0 cm de distance focale, de même axe optique et située à 10 cm de la précédente.

- Un objet ponctuel A est situé à 3,0 cm de l'objectif sur l'axe optique du microscope. Calculer la position A_1 de son image intermédiaire à travers l'objectif et la position A' de son image définitive au travers du microscope.
- Quelle est la nature de l'image obtenue?
- On considère un objet étendu AB situé à 3,0 cm de l'objectif et perpendiculaire à l'axe optique du microscope. Construire l'image intermédiaire A_1B_1 et l'image définitive $A'B'$ par un tracé de rayons. On pourra prendre un objet de taille 1,0 cm et une échelle 1/2.
- Calculer le grandissement $\overline{A'B'}/\overline{AB}$ du microscope pour cet objet et vérifier la valeur trouvée sur le schéma précédent.

14. Téléobjectif*

- Soit une lentille $\mathcal{L}_1$ convergente de distance focale $f'_1 = 10$ cm. Un objet AB d'une hauteur $h = 24$ m est à une distance $\ell = 1,2$ km. Quelles sont les position et grandeur de l'image?
- On positionne une deuxième lentille $\mathcal{L}_2$, divergente, de distance focale $f'_2 = -4,0$ cm à $e = 6,5$ cm derrière $\mathcal{L}_1$. Quelles sont les position et grandeur de l'image?

15. Association de lentilles* On associe l'une contre l'autre deux lentilles minces de vergence V_1 et V_2 . Quelle est la vergence $1/f'$ de l'ensemble? Quelle est la distance focale d'une association $+5$ et -3 ?

16. Élargissement d'un faisceau lumineux* Un système optique centré, constitué de deux lentilles minces $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_2$, sert à augmenter le diamètre d'un faisceau lumineux incident parallèle à l'axe optique. Le faisceau émergent du système est parallèle à l'axe. Les deux lentilles sont convergentes. La lentille $\mathcal{L}_1$ a une distance focale $f'_1 = 10$ cm.

1. Calculer la distance focale f'_2 de la lentille $\mathcal{L}_2$ pour que le rayon du faisceau émergent soit 20 fois supérieur à celui du faisceau incident.
2. On considère maintenant que la lentille $\mathcal{L}_1$ est divergente, de distance focale $f'_1 = -7,0$ mm. Calculer f'_2 pour que le rayon du faisceau émergent soit 20 fois supérieur à celui du faisceau incident.

17. Doublet de lentilles** On étudie le doublet de lentilles suivant :

$$f'_1 = 2,0 \text{ cm} \quad e = \overline{F'_1 F_2} = -2,0 \text{ cm} \quad f'_2 = 3,0 \text{ cm}$$

1. Tracer la marche d'un rayon incident parallèle à l'axe optique. Conclusion?
2. Déterminer la position du foyer image de l'association par les lois de conjugaison.
3. Mêmes questions pour le foyer objet.

18. Doublet de lentilles (bis)** On étudie le doublet de lentilles suivant :

$$f'_1 = 2,0 \text{ cm} \quad e = \overline{O_1 O_2} = 3,0 \text{ cm} \quad f'_2 = 3,0 \text{ cm}$$

1. Tracer la marche d'un rayon incident parallèle à l'axe optique. Conclusion?
2. Déterminer la position du foyer image de l'association par les lois de conjugaison.
3. Mêmes questions pour le foyer objet.

19. Lunette de Galilée** Une lunette de Galilée comprend :

- Un objectif assimilable à une lentille mince (L_1), de centre O_1 et de vergence $V_1 = 5 \delta$
- Un oculaire assimilable à une lentille mince (L_2), de centre O_2 et de vergence $V_2 = -20 \delta$

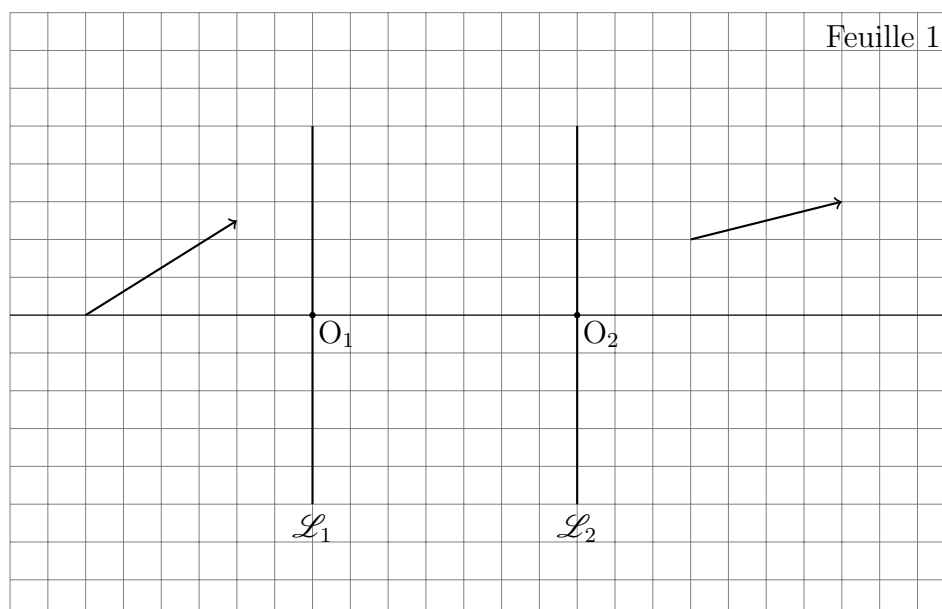
1. Déterminer la nature et les valeurs des distances focales images f'_1 et f'_2 des lentilles
2. La lunette est du type afocal :
 - (a) Préciser la position relative des deux lentilles, la valeur de la distance $d = \overline{O_1 O_2}$ et l'intérêt d'une lunette afocale
 - (b) Dessiner, dans les conditions de Gauss, la marche d'un rayon lumineux incident, issu d'un point objet à l'infini, faisant θ avec l'axe optique et émergent sous l'angle θ'
 - (c) En déduire le grossissement de cette lunette en fonction des angles θ et θ' , puis des distances focales f'_1 et f'_2 . Valeur du grossissement?
3. Un astronome amateur utilise cette lunette, normalement adaptée à la vision d'objets terrestres, pour observer deux cratères lunaires : Copernic (diamètre 96 km) et Clavius (diamètre : 240 km). On rappelle que la distance Terre-Lune est de 380 000 km.
 - (a) L'astronome voit-il ces deux cratères lunaires : À l'œil nu? (acuité visuelle : $3 \cdot 10^{-4}$ rad)
À l'aide de cette lunette? Justifier vos réponses.
 - (b) La planète Vénus, de 12 150 km de diamètre, occultera Jupiter (de diamètre 145 800 km) le 22 novembre 2065. L'occultation sera-t-elle visible à l'œil nu? En utilisant la lunette? Dans cette configuration, la distance Terre-Vénus sera $D_{TV} = 4,5 \cdot 10^7$ km

20. Étude d'un doublet** Le premier étudié comporte deux lentilles $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_2$, de centres O_1 et O_2 représentées sur la feuille 1. Sur la gauche de la feuille 1 un rayon incident pénètre dans le système et émerge sur la partie droite, comme indiqué sur la figure. Un carreau correspond à un centimètre.

1. Ce système est-il globalement convergent ou divergent? (Justifier rapidement votre réponse)
2. Compléter sur la feuille 1 le trajet du rayon lumineux.
3. En déduire la nature de chacune des deux lentilles (convergente ou divergente?).

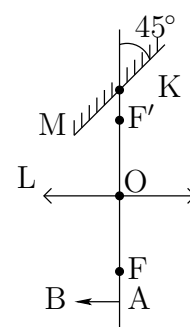
Soient F_1 et F'_1 les foyers objet et image de la lentille $\mathcal{L}_1$, F_2 et F'_2 les foyers objet et image de la lentille $\mathcal{L}_2$.

4. Trouver graphiquement la position de ces foyers. Préciser les valeurs algébriques de $\overline{O_1F'_1}$ et de $\overline{O_2F'_2}$.
5. Qu'appelle-t-on foyer objet F , foyer image F' d'un système optique quelconque? En donner la définition.
6. Trouver graphiquement la position de ces foyers F et F' pour le doublet. Préciser les valeurs algébriques $\overline{O_1F}$ et $\overline{O_1F'}$. On indiquera clairement les rayons lumineux permettant de trouver les différents points.
7. Si $\overline{O_1F'_1} = 4,0$ cm, $\overline{O_2F'_2} = -2,0$ cm et $\overline{O_1O_2} = 7,0$ cm, déterminer par le calcul les valeurs algébriques de $\overline{O_1F}$ et $\overline{O_1F'}$.
8. Quelle pourrait être l'utilité d'un tel doublet?
9. Comment positionner les deux lentilles $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_2$ pour avoir un système global afocal?



21. Rétroprojecteur**

1. On forme à l'aide d'une lentille mince L de distance focale $f' = 30,0$ cm l'image $A'_1B'_1$ d'un objet A_1B_1 de grandeur $1,0$ cm, perpendiculaire à l'axe optique de L . A_1 est situé sur cet axe, à $33,0$ cm du centre optique O de la lentille. Déterminer par le calcul la position et la grandeur de cette image. Est-elle réelle ou virtuelle, droite ou renversée?
2. On utilise cette lentille pour construire un rétroprojecteur en lui associant un miroir plan M .
 - (a) Construire l'image $A'B'$ de l'objet AB à travers L , puis l'image $A''B''$ de $A'B'$ à travers M . $A'B'$ et $A''B''$ sont-ils réels ou virtuels?
 - (b) On veut faire la mise au point avec K à $3,90$ m de l'écran (K étant le point d'intersection de l'axe optique de L avec M). Quel est alors le grandissement du rétroprojecteur? On donne $OK = 10$ cm.



Indications : Commencer par déterminer la distance OA' . En utilisant la relation de conjugaison de Descartes, en déduire OA , puis le grandissement $\gamma = A'B'/AB$. En déduire celui du rétroprojecteur.

22. Lunette astronomique de Meudon** La lunette de Meudon, en France, est schématisée par deux lentilles « minces » convergentes, l'une (l'objectif $\mathcal{L}_1$) de focale $f'_1 = 16$ m et l'autre (l'oculaire $\mathcal{L}_2$) de focale $f'_2 = 4,0$ cm. Le diamètre de $\mathcal{L}_1$ est de $\Phi = 0,80$ m.

1. Faire le schéma de la lunette lorsqu'elle est réglée à l'infini. Dessiner la marche d'un faisceau lumineux issu d'un point situé à l'infini.
2. Quel est son grossissement?
3. Situer le cercle oculaire (image donnée par l'oculaire de la monture de l'objectif) et calculer son diamètre.
4. À l'aide de la lunette, on observe l'étoile α de la constellation du Taureau dont le diamètre apparent² est de $0,02''$.
 - (a) Montrer que cette étoile vue à travers la lunette apparaît ponctuelle (la limite de résolution d'un œil adulte normal est de $1,5'$)
 - (b) Quel est l'intérêt de l'instrument?

23. Distance focale d'une lentille convergente**

1. Méthode de Bessel

Sur un banc d'optique, soit D la distance entre un objet lumineux AB et un écran. On cherche les deux positions de la lentille convergente L qui donnent une image nette sur l'écran. Soit d la distance qui les sépare.

- (a) Montrer que $f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$.
- (b) Les erreurs commises sur d et D sont-elles les mêmes?
- (c) Exprimer l'erreur commise sur la détermination de f' en fonction des erreurs commises sur d et D .
- (d) Dans quel cas la précision est-elle optimale?

2. Méthode de Silbermann

La lentille donne une image réelle d'un objet réel. Soit D la distance entre l'objet et l'image et γ le grossissement (rapport algébrique des dimensions de l'image et de l'objet).

- (a) Montrer que $f' = -\frac{\gamma D}{(\gamma - 1)^2}$
 - (b) Les erreurs relatives sur D et γ sont-elles les mêmes?
 - (c) Exprimer l'erreur relative sur f' en fonction des erreurs relatives commises sur D et γ .
 - (d) En pratique, on tente d'obtenir $\gamma = -1$: pourquoi? Combien vaut alors D ? Quelle est la précision? Comparaison avec la méthode de Bessel.
 - (e) Faire le schéma avec le tracé des rayons lumineux.
3. Pourquoi préfère-t-on les deux méthodes précédentes à celle qui consiste à mesurer les grandeurs algébriques p et p' et à appliquer ensuite la formule de conjugaison

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$$

2. On rappelle que $1^\circ = 60'$ et que $1' = 60''$.

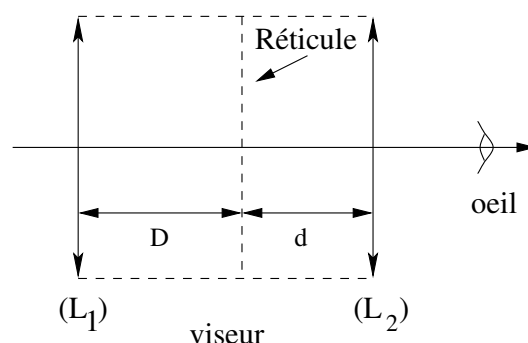
24. Viseur**

1. On considère une lentille **mince** de centre O dans l'**approximation de Gauss**.

- Préciser la signification des deux termes en gras.
- Rappeler la formule de conjugaison de Descartes pour une lentille mince donnant la position de l'image $\overline{OA'}$ en fonction de celle de l'objet $\overline{OA}$.
- Établir l'expression du grandissement en fonction de $\overline{OA}$ et $\overline{OA'}$

2. Un viseur à frontale fixe est constitué :

- D'un objectif, constitué d'une lentille mince (L_1) convergente de centre O_1 et de distance focale image, $f'_1 = 7,0$ cm
- D'un réticule (objet en forme de croix) distant d'une distance $D = 14$ cm de l'objectif
- D'un oculaire constitué d'une lentille mince (L_2) convergente de centre O_2 et de distance focale image $f'_2 = 3,0$ cm, située à la distance d du réticule.

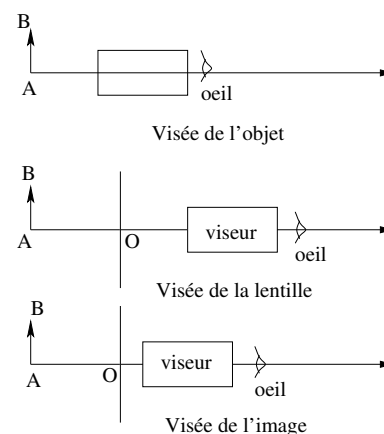


- Un œil emmétrope voit sans accommodation à l'infini. En déduire la distance d pour que l'œil puisse voir le réticule sans accommoder.
- Un œil myope est modélisable par une lentille (L_0) convergente dont le centre optique O est placé à $\delta = 15$ mm de la rétine, modélisée par un écran. Sa faculté d'accommodation lui permet d'adapter sa focale : il obtient une image nette lorsque l'objet est situé à une distance comprise entre $\delta_1 = 12$ cm (punctum proximum) et $\delta_2 = 1,2$ m (punctum remotum) de (L_0).
 - Quelle doit être la valeur de la focale image f'_0 de (L_0) pour obtenir une image nette sur la rétine d'un objet situé à une distance $\delta_1 = 12$ cm (punctum proximum) devant l'œil?
 - Quelle doit être la valeur de la focale image f'_0 de (L_0) pour obtenir une image nette sur la rétine d'un objet situé à une distance $\delta_2 = 1,2$ m (punctum remotum) devant l'œil?
- On accole l'œil myope à l'oculaire. On admettra que l'œil accommode à son punctum remotum.
 - Où doit se trouver l'image définitive à la sortie du viseur?
 - En déduire la nouvelle distance d entre le réticule et l'oculaire.
- On cherche à voir simultanément l'objet visé et le réticule.
 - Où doit-on placer un objet pour pouvoir le voir à travers le viseur? On demande l'expression littérale de $\overline{O_1A}$ et l'application numérique.
 - Cette position dépend-elle de la nature de l'œil (« normal » ou myope)?
 - Justifier le nom de «viseur à frontale fixe».

3. Le viseur est utilisé pour mesurer la distance focale d'une lentille L de focale f' inconnue.

La première étape est la visée de l'objet, $\overline{AB}$. On place ensuite la lentille inconnue après l'objet et on vise le centre O de la lentille. Pour cela, nous devons reculer le viseur de $x_1 = 20$ cm. Pour la visée de l'image $\overline{A'B'}$ à travers la lentille, nous avançons le viseur de $x_2 = 10$ cm (voir figure ci-contre)

- Préciser les valeurs algébriques $\overline{OA}$ et $\overline{OA'}$.
- En déduire la distance focale f' de la lentille.
- Faire la construction de l'image à travers cette lentille inconnue L.



25. Projection d'image virtuelle** Une lentille mince de focale $f' = 10$ cm est solidaire d'un écran situé à 15 cm de la lentille. On l'utilise pour trouver la position d'une image virtuelle donnée par une lentille divergente L. Un objet réel placé à 40 cm devant L donne une image virtuelle et on obtient une image nette sur l'écran quand la distance entre les deux lentilles est 10 cm. Trouver la distance focale de L et construire le trajet des rayons lumineux de l'objet jusqu'à l'écran.

26. Microscope optique*** Un microscope optique porte les indications suivantes : sur l'objectif « $\times 40$ » ; sur l'oculaire « $\times 10$ ». La notice du constructeur précise : « ouverture numérique de l'objectif : $\omega_0 = 0,65$ » ; « intervalle optique : $\Delta = 16$ cm ». **La signification de ces indications est précisée par la suite.**

Le microscope est modélisé par deux lentilles minces convergentes. Il est réglé pour donner une image à l'infini d'un objet réel AB, perpendiculaire à l'axe optique, A étant placé sur l'axe *légèrement en avant du foyer objet de l'objectif* ($\overline{FA} < 0$). Cette image est observée par un œil emmétrope³ placé au voisinage du foyer image de l'oculaire. L'œil nu voit nettement des objets situés entre la distance $\delta = 25$ cm et l'infini.

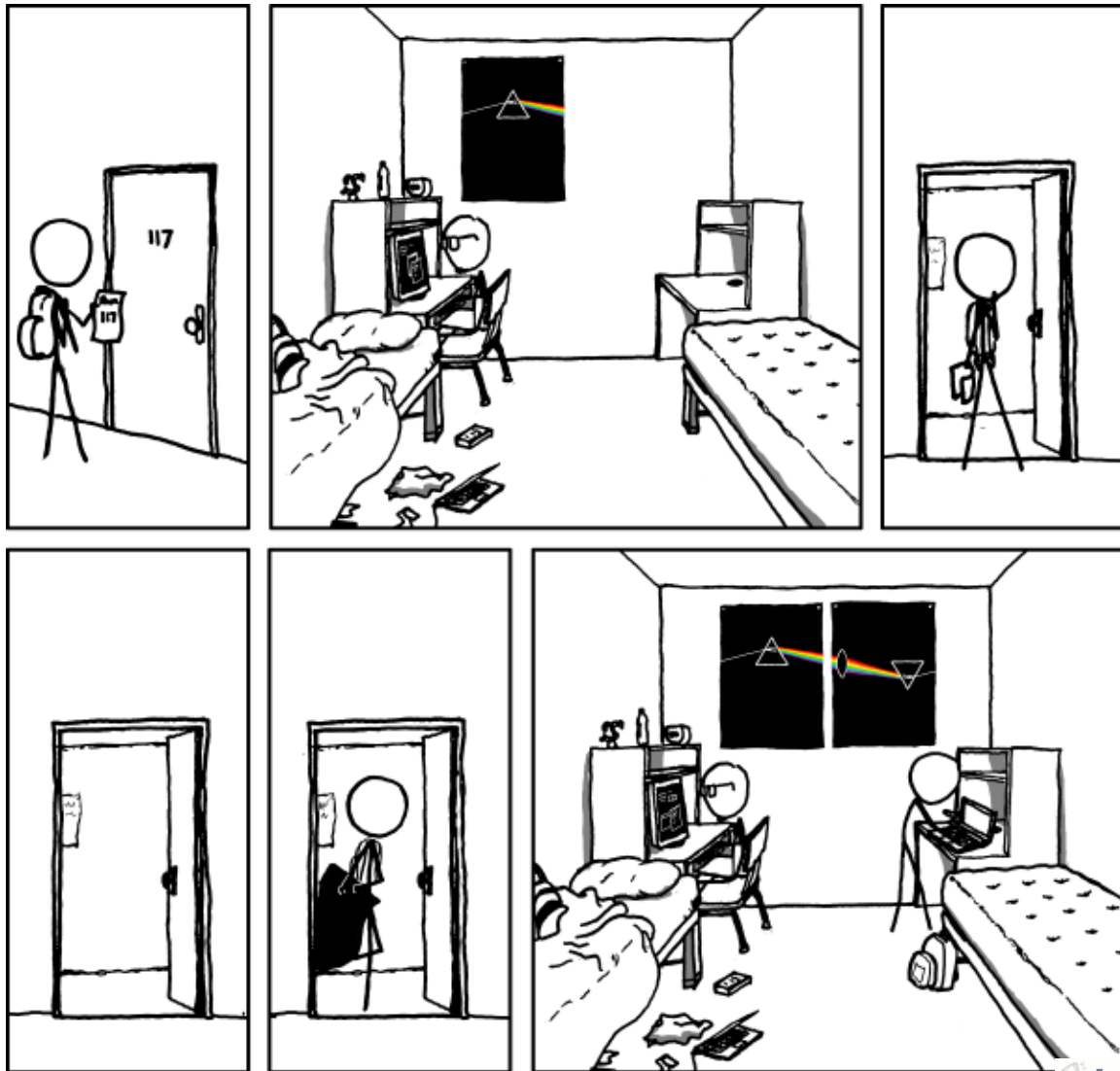
1. Faire un schéma du dispositif (sans respecter l'échelle) et tracer soigneusement la marche de 2 rayons lumineux issus du point B de l'objet AB, l'un émis parallèlement à l'axe optique, l'autre passant par F_1 foyer objet de la lentille L_1 équivalente à l'objectif de centre optique O_1 . On notera A_1B_1 l'image de AB par L_1 et $A'B'$ l'image de A_1B_1 par L_2 (oculaire).
2. L'indication portée sur l'oculaire (« $\times 10$ ») est le grossissement commercial de l'oculaire, c'est-à-dire le rapport de l'angle sous lequel on voit l'image à l'infini à travers l'oculaire seul et l'angle sous lequel on voit ce même objet à l'œil nu lorsqu'il est situé à la distance minimale de vision nette. Déterminer f'_2 , distance focale image de l'oculaire.
3. L'intervalle optique Δ correspond à la distance $\overline{F'_1F_2}$. La valeur absolue du grandissement de l'objet AB par l'objectif est « $\times 40$ ».
 - (a) Rappeler les formules de conjugaison de Newton et du grandissement.
 - (b) Calculer f'_1 , distance focale image de la lentille équivalente à l'objectif.
 - (c) Calculer la distance $\overline{O_1A}$ permettant de positionner l'objet.
4. Déterminer la latitude de mise au point, c'est-à-dire la variation de la distance $\overline{O_1A}$ compatible avec une vision nette de l'image finale par l'observateur, dont l'œil est au foyer image de l'oculaire. Interpréter le résultat obtenu. On notera A_δ , la position de l'objet pour laquelle on obtient une image à une distance δ de l'œil. On exprimera $\overline{O_1A_\delta}$ en fonction de f'_1 , f'_2 , Δ et δ uniquement.
5. Calculer dans le cas d'une image finale à l'infini le grossissement commercial du microscope.
6. L'ouverture numérique du microscope ω_0 correspond à $n \sin(u)$, n étant l'indice du milieu dans lequel plonge l'objectif et u l'angle *maximum* des rayons issus de A arrivant sur l'objectif.
 - (a) Calculer u pour un objectif plongé dans l'air.
 - (b) Le microscope est-il utilisé dans les conditions de Gauss?
 - (c) Quel type d'aberration faut-il corriger?
 - (d) Que vaut le diamètre de la monture de l'objectif?
7. Déterminer la position et la taille du cercle de l'oculaire, image de la monture de l'objectif à travers l'oculaire. Quel est l'intérêt de placer l'œil dans le plan du cercle de l'oculaire?

Le pouvoir séparateur est la distance minimale $d_{\min}$ entre deux objets telle que ceux-ci soient discernables. Lorsque le pouvoir séparateur est limité par l'objectif, on utilise le critère de Rayleigh pour le calculer : $d_{\min} = 0,61\lambda_0/\omega_0$.

8. Évaluer $d_{\min}$ dans le cas d'un objet éclairé par une lumière monochromatique $\lambda_0 = 586$ nm.

3. c'est-à-dire normal.

9. Quels seraient selon vous les moyens d'améliorer le pouvoir séparateur? Commenter.
10. Le microscope utilisé est-il adapté à l'observation des globules sanguins dont la taille est de $10\text{ }\mu\text{m}$?



xkcd.com

I was going to record an album with that cover under the name "PINK FTFY", so it'd come after them on the store CD rack. But at this point music stores are just rooms where CDs are set out to age before they're thrown away, so probably nobody would see it.

