

Lentilles minces dans l'approximation de Gauss

1. Tracé de rayons None available

2. Relation de conjugaison None available

3. Soirée diapos None available

4. Sens unique* Partons de la relation de Newton qui s'écrit $x \times x' = -f'^2$ en posant $x = \overline{FA}$ et $x' = \overline{F'A'}$. On peut ainsi dire que $x' = -f'^2/x$. Or, quand l'objet (respectivement l'image) se déplace vers la droite, on a x (respectivement x') qui augmente. Il suffit donc de montrer que la fonction $x \mapsto x'(x) = -f'^2/x$ est une fonction croissante. Pour ce faire, on calcule la dérivée (attention, les primes présents ici ne concernent en rien une dérivation...)

$$\frac{dx'}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{-f'^2}{x} \right) = + \frac{f'^2}{x^2}$$

qui est bien positif pour toutes valeurs de x quel que soit le signe de f' (donc quel que soit le type de la lentille). x' est bien une fonction croissante de x donc quand x augmente (objet qui se déplace vers la droite), x' augmente aussi (image qui se déplace vers la droite).

5. Convergence ou divergence?* None available

6. Myopie* None available

7. Distance minimale* L'application de la formule de Descartes permet d'exprimer

$$p' = \frac{pf'}{p + f'}$$

soit
$$D = p' - p = \frac{pf' - p(p + f')}{p + f'} = - \frac{p^2}{p + f'}$$

Cette distance doit être positive pour que objet et image soient réels. Elle est minimale lorsque $dD/dp = 0$, c'est-à-dire

$$0 = - \frac{2p(p + f') - p^2}{(p + f')^2}$$

soit
$$p = -2f'$$

Pour cette valeur de p , on a bien

$$D_m = 4f'$$

8. Sherlock En notant la vergence $V = 5 \delta$ et le grandissement $\gamma = -4$, on a

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = V \quad \text{et} \quad \frac{p'}{p} = \gamma$$

soit $p' = \gamma p$, qui, en remplaçant dans la loi de Descartes donne

$$\frac{1}{p} \left(\frac{1}{\gamma} - 1 \right) = V$$

ce qui permet d'obtenir

$$p = \frac{1-\gamma}{\gamma V} = -0,25 \text{ m} \quad \text{et} \quad p' = \gamma p = \frac{1-\gamma}{V} = 1,0 \text{ m}$$

9. Holmes* None available

10. Combinaison de lentilles minces* None available

11. Optique expérimentale*

1. Objet et image

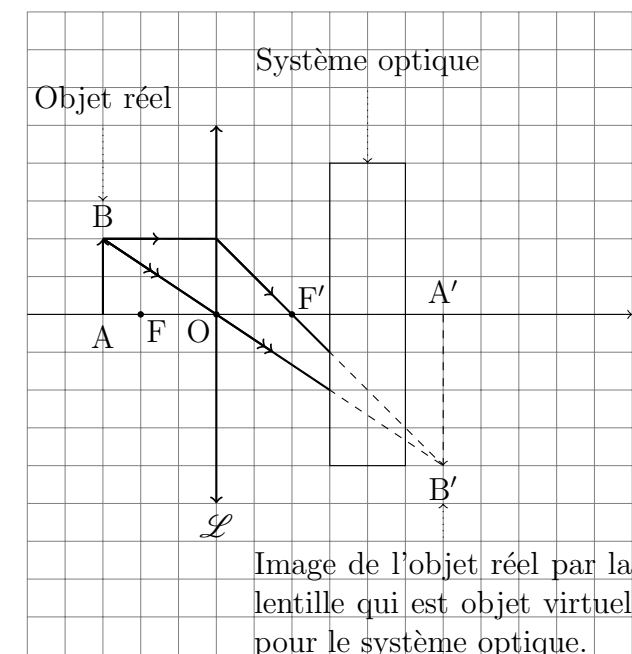
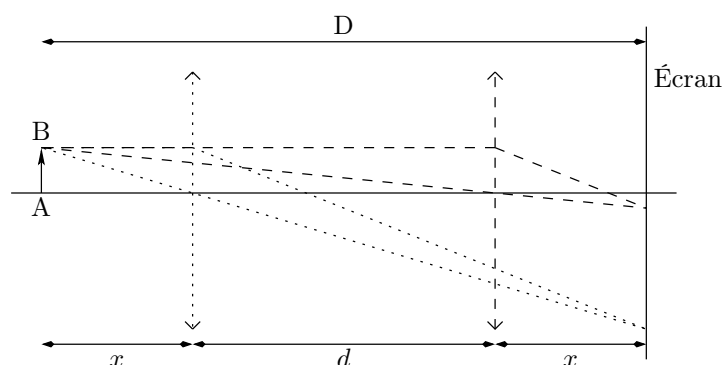
- Un objet virtuel est l'endroit où convergent les *prolongements* des rayons *incidents* se coupant après l'instrument considéré. Pour le «fabriquer», il faut former à l'aide d'une lentille convergente l'image (réelle) d'un objet réel à l'endroit de l'objet virtuel.
- Une image virtuelle est l'endroit où convergent les *prolongements* des rayons *émergents* se coupant avant l'instrument. Pour la voir à l'œil, il suffit de regarder vers la source. Par contre pour la situer exactement, il faut la viser avec un instrument du type «viseur».

2. Mesures de distances focales

- Pour déterminer la nature de la lentille, on peut soit la toucher (bords épais → divergente, bords minces → convergente), soit regarder un texte et éloigner progressivement la lentille (si le texte s'agrandit, la lentille est convergente; s'il rapetisse, elle est divergente).
- Les deux méthodes sont explicitées dans le TP09 de focométrie.

Méthode de Silberman On met la lentille de centre O entre l'objet AB (A sur l'axe optique) et l'écran et on ajuste les distances objet-lentille et lentille-écran pour avoir une image A'B' nette de grandissement -1 (même taille que l'objet, mais inversée) sur l'écran. On a alors $-\overline{OA} = \overline{OA'} = 2f'$.

Méthode de Bessel On choisit une distance $D = AA'$ objet-écran assez grande pour qu'il existe deux positions de la lentille O_1 et O_2 qui donnent une image nette à l'écran. La distance d est l'intervalle entre les deux positions : $d = O_1O_2$. La figure ci-dessous montre les deux positions.



Dans la deuxième configuration, par exemple, on a

$$p' = x = \frac{D-d}{2} \quad \text{et} \quad p = -d - x = -\frac{D+d}{2}$$

de sorte que la relation de conjugaison s'écrive

$$\frac{1}{f'} = \frac{2}{D-d} - \frac{2}{-(D+d)} = \frac{4D}{(D-d)(D+d)}$$

ou encore

$$f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$$

- Méthode d'autocollimation** : former une image réelle de l'objet à l'aide d'une lentille convergente. Repérer la position de cette image A' à l'aide de l'écran. Placer la lentille divergente (et un miroir

plan collé derrière) au niveau de cette image et rapprocher l'ensemble lentille – miroir jusqu'à observer une image nette à côté de l'objet et de même taille. Dans cette configuration, l'endroit précédemment repéré A' est à distance $-f'$ de la lentille.

12. Système à deux lentilles* None available

13. Microscope* None available

14. Téléobjectif* None available

15. Association de lentilles* None available

16. Élargissement d'un faisceau lumineux* None available

17. Doublet de lentilles** None available

18. Doublet de lentilles (bis)** None available

19. Lunette de Galilée**

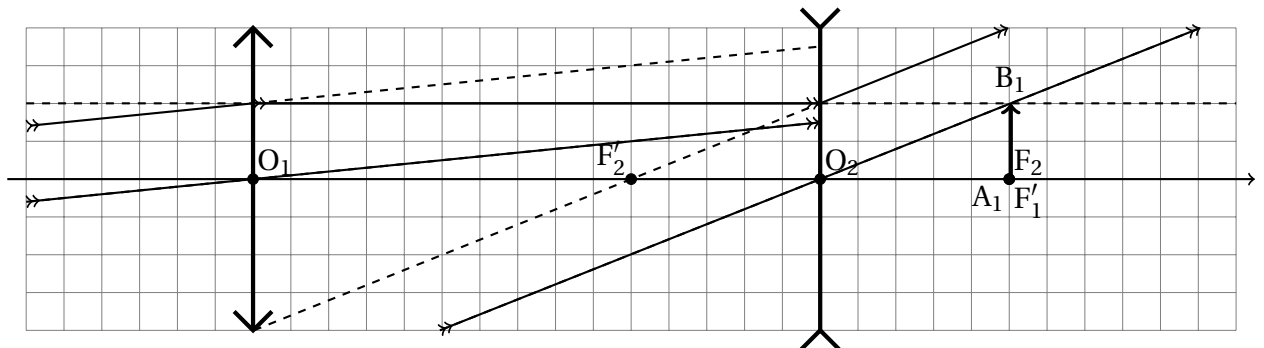
1. La première lentille est convergente alors que la seconde est divergente. Comme $f' = 1/V$, on a

$$f'_1 = \frac{1}{V_1} = 20 \text{ cm} \quad \text{et} \quad f'_2 = \frac{1}{V_2} = -5,0 \text{ cm}$$

2. (a) Pour faire un système afocal, c'est-à-dire tel que l'image d'un objet placé à l'infini soit elle aussi à l'infini, il est nécessaire que l'image intermédiaire se trouve à la fois sur le foyer image F'_1 (car l'objet est à l'infini) et sur le foyer objet F_2 (car on veut l'image finale à l'infini). C'est-à-dire que l'on a $F'_1 = F_2$ ou $\overline{F'_1 F_2} = 0$. On en déduit donc

$$d = \overline{O_1 O_2} = \overline{O_1 F'_1} + \overline{F'_1 F_2} + \overline{F_2 O_2} = f'_1 + 0 + f'_2 = 15 \text{ cm}$$

- (b) Le tracé peut être schématisé ci-dessous où seule l'image intermédiaire $A_1 B_1$ est à distance finie.



- (c) Sur le schéma, on remarque que $\tan \theta = A_1 B_1 / f'_1$ et $\tan \theta' = A_1 B_1 / -f'_2$. Or comme les angles sont petits dans les conditions de Gauss, on a $\tan \theta \approx \theta$ et pareil pour θ' , de sorte que

$$G = \frac{\theta'}{\theta} \approx \frac{A_1 B_1}{-f'_2} \times \frac{f'_1}{A_1 B_1} = -\frac{f'_1}{f'_2} = 4,0$$

3. (a) Copernic et Clavius sont vus à l'œil nu sous des angles respectifs $2,5 \cdot 10^{-4}$ rad et $6,3 \cdot 10^{-4}$ rad. Clavius est donc distinguable à l'œil mais pas Copernic.
 À l'aide de la lunette, comme les angles de vue sont multiplié par 4, les deux sont bien au-delà de la résolution de l'œil donc tous les deux visibles.
- (b) Pour pouvoir distinguer l'occultation, il faudra déjà être capable de distinguer Vénus dont l'angle de vue vaudra $2,7 \cdot 10^{-4}$ rad, donc non distinguable à l'œil nu. En revanche, cela ne posera pas de problème avec la lunette (la multiplication par G aidant). Ceci dit, lors de ce phénomène, Jupiter n'est pas non plus distinguable sans lunette et vu que Vénus est à la limite de résolution, cela veut dire qu'une fraction non négligeable (voire la totalité) de la lumière nous parvenant depuis Jupiter sera interceptée par Vénus. Ainsi, la luminosité va fortement varier puisqu'elle passera de la somme des luminosités de Jupiter et de Vénus à seulement celle de Vénus, ce qui sera aisément décelable à l'œil.

20. Étude d'un doublet**

- Le système transforme un rayon qui diverge fortement en un rayon qui diverge faiblement. Il est donc globalement convergent
- Pour compléter le tracé, il suffit de prolonger les deux rayons jusqu'à leur point « d'impact » avec les lentilles et de relier ces points d'impacts entre eux.
- La première lentille fait converger un rayon divergent : elle est donc convergente. À l'inverse, la seconde lentille fait diverger un rayon convergent : elle est donc divergente.
- Si l'on prend un rayon parallèle au premier rayon incident mais passant par O_1 , il n'est pas dévié. Il va donc croiser le rayon émergent de $\mathcal{L}_1$ au niveau du plan focal image, à la verticale du point F'_1 . F_1 se trouve par symétrie par rapport à O_1 . En raisonnant selon le même principe, si l'on prend la parallèle au rayon émergent de $\mathcal{L}_2$ passant par O_2 , il n'est pas dévié et croise le rayon incident sur $\mathcal{L}_2$ (ou plutôt ici son prolongement) au niveau du plan focal objet de la seconde lentille, c'est-à-dire à la verticale de F_2 . F'_2 s'obtient aussi par symétrie par rapport à O_2 . Les lectures graphiques donnent

$$\overline{O_1 F'_1} \approx 3,9 \text{ cm} \quad \text{et} \quad \overline{O_2 F'_2} \approx -2,0 \text{ cm}$$

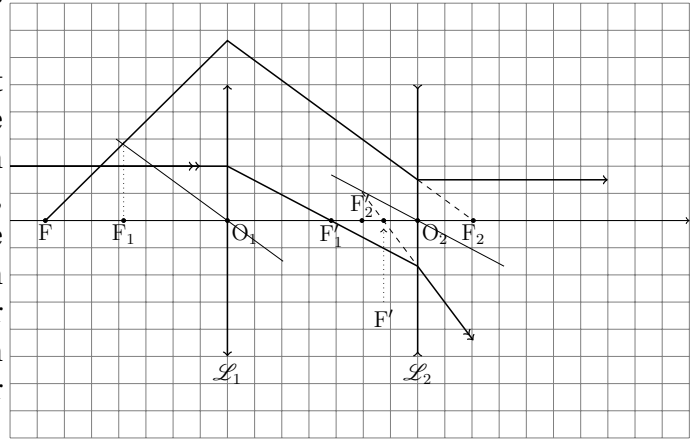
Les lentilles sont bien respectivement convergente et divergente.

5. Le foyer objet est le point de l'axe optique dont l'image par le système optique considéré se trouve à l'infini. En d'autres termes, tout rayon qui rentre dans le système optique en provenance du foyer objet ressort du système parallèle à l'axe optique.

Le foyer image est le point de l'axe optique image d'un objet situé à l'infini sur l'axe optique. En d'autres termes, tout rayon qui arrive sur le système parallèle à l'axe optique en ressort en passant par le foyer image.

6. On utilise les définitions précédentes pour faire les tracés :

- Pour trouver F' , on trace un rayon arrivant parallèle à l'axe optique. La première lentille le dévie de sorte qu'il passe par F'_1 , puis on cherche la déviation par la seconde lentille, par exemple en traçant un rayon parallèle passant par le centre optique O_2 (donc non dévié) : le rayon émergent doit passer par l'intersection du rayon non dévié et du plan focal image. Il ne reste qu'à le prolonger pour trouver l'intersection F' avec l'axe optique.



- Pour trouver F , on fonctionne à l'envers. On trace un rayon qui émerge de $\mathcal{L}_2$ parallèle à l'axe optique : le rayon incident sur $\mathcal{L}_2$ devait passer par F_2 . Il ne reste qu'à trouver le rayon correspondant incident sur $\mathcal{L}_1$, là encore en utilisant un rayon parallèle passant par O_1 (donc non dévié) qui devait intersecter le rayon incident au niveau du plan focal objet de $\mathcal{L}_1$. F est donné par l'intersection du rayon incident ainsi trouvé avec l'axe optique.

On lit les valeurs sur le schéma

$$\overline{O_1F} \approx -6,7 \text{ cm} \quad \text{et} \quad \overline{O_1F'} \approx 5,8 \text{ cm}$$

7. L'image finale de F étant un point à l'infini, l'image intermédiaire par $\mathcal{L}_1$ doit donc se trouver en F_2 , foyer objet de $\mathcal{L}_2$. On a ainsi $F \xrightarrow{\mathcal{L}_1} F_2 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A_\infty$, soit en utilisant la relation de conjugaison sur $\mathcal{L}_1$,

$$\frac{1}{\overline{O_1F_2}} - \frac{1}{\overline{O_1F}} = \frac{1}{\overline{O_1F'_1}}$$

$$\overline{O_1F} = \frac{(\overline{O_1O_2} + \overline{O_2F_2}) \overline{O_1F'_1}}{\overline{O_1F'_1} - \overline{O_1O_2} - \overline{O_2F_2}} = \frac{(\overline{O_1O_2} - \overline{O_2F'_2}) \overline{O_1F'_1}}{\overline{O_1F'_1} - \overline{O_1O_2} + \overline{O_2F'_2}} = -7,2 \text{ cm}$$

F' étant l'image d'un point à l'infini, l'image intermédiaire est cette fois-ci située en F'_1 , c'est-à-dire que $A_\infty \xrightarrow{\mathcal{L}_1} F'_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} F'$. On peut donc appliquer Descartes à $\mathcal{L}_2$ pour obtenir

$$\frac{1}{\overline{O_2F'}} - \frac{1}{\overline{O_2F'_1}} = \frac{1}{\overline{O_2F'_2}}$$

soit

$$\overline{O_1F'} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2F'} = \overline{O_1O_2} + \frac{(-\overline{O_1O_2} + \overline{O_1F'_1}) \overline{O_2F'_2}}{\overline{O_2F'_2} - \overline{O_1O_2} + \overline{O_1F'_1}} = 5,8 \text{ cm}$$

8. Souvent l'utilisation de deux lentilles à la place d'une seule permet de

- réduire des aberrations (chromatiques ou géométriques) ;
- augmenter le champ.

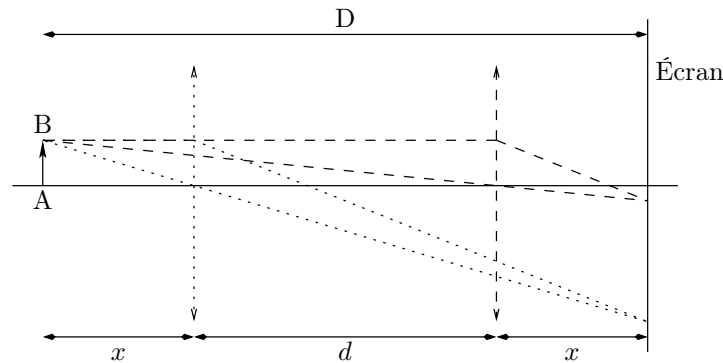
9. Pour obtenir un système afocal, il faut que les points F_2 et F'_1 soient confondus de sorte que $A_\infty \xrightarrow{\mathcal{L}_1} F'_1 = F_2 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A_\infty$, un objet à l'infini donne une image à l'infini. En d'autres termes,

$$\overline{O_1O_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F_2O_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{O_2F'_2} = 2,0 \text{ cm}$$

22. Lunette astronomique de Meudon** None available**23. Distance focale d'une lentille convergente****

1. Méthode de Bessel

- (a) Par principe de retour inverse de la lumière, la construction se doit d'être symétrique de sorte que la même distance $x > 0$ sépare l'objet de la première position de la lentille et la deuxième position de l'écran. On a alors la relation $D = d + 2x$.



Dans la deuxième configuration, par exemple, on a

$$p' = x = \frac{D-d}{2} \quad \text{et} \quad p = -d-x = -\frac{D+d}{2}$$

de sorte que la relation de conjugaison s'écrive

$$\frac{1}{f'} = \frac{2}{D-d} - \frac{2}{-(D+d)} = \frac{4D}{(D-d)(D+d)}$$

ou encore

$$f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$$

- (b) L'erreur de mesure commise sur d est plus importante que celle commise sur D . En effet, il est nécessaire pour l'obtenir de mesurer les deux positions de la lentille permettant d'avoir une image nette (laissée à l'appréciation de l'expérimentateur). Pour D , une seule mesure suffit indépendamment de toute estimation de netteté puisqu'on fixe D avant de rajouter la lentille pour mesurer l'écart de positions d . Ainsi, $\Delta d > \Delta D$.
- (c) Calculons de combien varie f' lorsque D et d varient respectivement de dD et dd .

$$\begin{aligned} df' &= d \left(\frac{D}{4} - \frac{d^2}{4D} \right) \\ &= \frac{dD}{4} - \frac{2dd}{4D} + \frac{d^2 dD}{4D^2} \end{aligned}$$

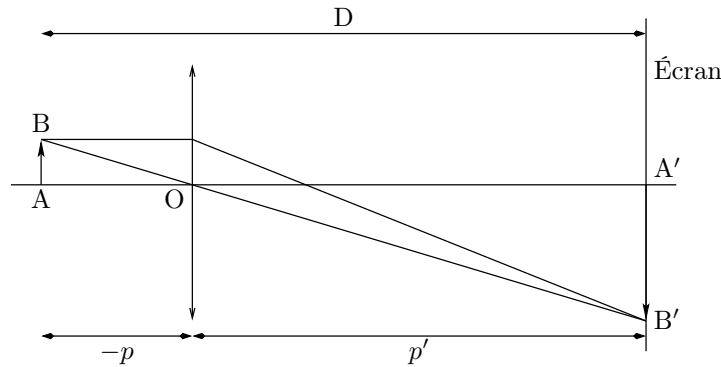
$$\Delta f' = \left(1 + \frac{d^2}{D} \right) \frac{\Delta D}{4} + \frac{2d\Delta d}{4D}$$

- (d) La précision est optimale quand on peut minimiser $\Delta f'$. En question 1b, on a montré que la principale source d'erreur se trouvait dans Δd . On cherche donc à limiter son influence, ce qu'il est possible de faire en choisissant une configuration où $d = 0$, c'est-à-dire $D = 4f'$. Une telle configuration minimise aussi l'impact de d via ΔD puisque $\Delta f' = \Delta D/4$, sa valeur minimale¹.

2. Méthode de Silbermann

1. Les valeurs de ΔD et Δd sont indépendantes entre elles : on ne peut supposer de lien les liant. Elles dépendent de l'expérimentateur et ne peuvent pas non plus être arbitrairement posées à 0.

(a) À nouveau, un schéma s'impose.



Cette fois-ci, on a les relation

$$\begin{cases} p' = \gamma p \\ p' - p = D \end{cases} \iff \begin{cases} p = \frac{D}{\gamma - 1} \\ p' = \frac{\gamma D}{\gamma - 1} \end{cases}$$

et l'application de la relation de conjugaison donne

$$\frac{1}{f'} = \frac{\gamma - 1}{\gamma D} - \frac{\gamma - 1}{D} = \frac{(\gamma - 1)(1 - \gamma)}{\gamma D}$$

d'où

$$f' = -\frac{\gamma D}{(\gamma - 1)^2}$$

- (b) De même que pour la méthode de Bessel, c'est la mesure de D la plus précise puisqu'il faut deux mesures pour déterminer γ avec les problèmes de zones de netteté correspondantes.
- (c) Calculons l'erreur *relative* sur f'

$$\begin{aligned} \frac{df'}{f'} &= d(\ln f') \\ &= d[\ln(-\gamma)] + d[\ln(D)] - 2d[\ln(1 - \gamma)] \\ &= \frac{d\gamma}{\gamma} + \frac{dD}{D} + 2\frac{d\gamma}{1 - \gamma} \\ &= \frac{dD}{D} + \frac{d\gamma}{\gamma} \left(\frac{1 + \gamma}{1 - \gamma} \right) \\ \boxed{\frac{\Delta f'}{f'} &= \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta \gamma}{|\gamma|} \left| \frac{1 + \gamma}{1 - \gamma} \right|} \end{aligned}$$

- (d) Pour $\gamma = -1$, le terme d'erreur relative sur γ disparaît et on retrouve la situation de la question 1d où l'on a fait disparaître la source principale d'erreur en choisissant une configuration particulière où

$$D = 4f'$$

Si l'on se place dans cette position, les deux méthodes sont parfaitement équivalentes.

(e) Voir plus haut.

3. La formule de conjugaison permet d'obtenir f' sous la forme

$$f' = \frac{p p'}{p - p'}$$

La différentielle de la distance focale s'écrit

$$df' = \frac{p' dp}{p - p'} + \frac{p dp'}{p - p'} - \frac{p p'}{(p - p')^2} dp - \frac{p p'}{(p - p')^2} (-dp')$$

En faisant apparaître la distance focale, on obtient la précision relative

$$\frac{df'}{f'} = \frac{dp}{p} + \frac{dp'}{p'} - \frac{dp - dp'}{p - p'}$$

$$\boxed{\frac{\Delta f'}{f'} = \left| \frac{p}{p'(p - p')} \right| \Delta p' + \left| \frac{p'}{p(p - p')} \right| \Delta p}$$

On ne peut ici faire disparaître l'une des deux sources d'erreur en choisissant une configuration particulière. Même dans le cas symétrique où $p' = -p = D/2$ et en estimant que $\Delta p \simeq \Delta p' \simeq \Delta D$, on trouve

$$\frac{\Delta f'}{f'} = 2 \frac{\Delta D}{D} > \frac{\Delta D}{D}$$

Les méthodes de Bessel et de Silbermann optimisées améliorent sensiblement les mesures.

Le calcul a été fait avec la méthode directe ici, mais on aurait aussi pu calculer $d(\ln f')$.

$$\begin{aligned} \frac{df'}{f'} &= \frac{dp}{p} + \frac{dp'}{p'} - \frac{d(p - p')}{p - p'} \\ &= \frac{dp}{p} + \frac{dp'}{p'} - \frac{dp - dp'}{p - p'} \end{aligned}$$

À noter qu'on ne se pose pas la question ce faisant du signe de la quantité intervenant dans le logarithme puisque par exemple p est généralement négatif, de même que $p - p'$. Il n'empêche que le calcul « sans se poser de question » permet d'obtenir le bon résultat, les quantités physiques ayant les bonnes propriétés. Mais ne vous avisez pas de faire le même type de raisonnement en mathématiques sous peine d'être à l'origine de la syncope du correcteur.

Une dernière méthode aurait été de prendre directement la différentielle de la formule de conjugaison, ce qui donne

$$\begin{aligned} d\left(\frac{1}{f'}\right) &= d\left(\frac{1}{p'}\right) - d\left(\frac{1}{p}\right) \\ -\frac{df'}{f'^2} &= -\frac{dp'}{p'^2} + \frac{dp}{p^2} \\ \frac{df'}{f'} &= f' \left(\frac{dp'}{p'^2} - \frac{dp}{p^2} \right) \end{aligned}$$

Aux simplifications près, on retrouve bien le bon résultat.

24. Viseur**

- C'est
 - du
 - cours!
- Le réticule doit être au foyer objet de l'oculaire donc en F_2 , soit à 3,0 cm devant la lentille L_2
 - Dans les deux cas considérés, on veut que l'objet soit devant l'œil en une position telle que $p = -\delta_i$ (attention au signe négatif puisque les δ_i sont donnés positifs) et que l'image se forme sur la rétine donc en une position telle que $p' = \delta$. En utilisant Descartes, on obtient

$$f'_0 = \frac{pp'}{p-p'} = \begin{cases} 13,3 \text{ mm} & \text{pour } p = -12 \text{ cm} \\ 14,8 \text{ mm} & \text{pour } p = -1,2 \text{ m} \end{cases}$$

L'œil étant myope donc trop convergent sans accommodation, on doit bien trouver une focale légèrement plus petite que la distance lentille/rétine. On remarque que la personne n'est « pas très myope » et que le défaut de l'œil est tout petit (0,2 mm!)

- (c) L'image définitive doit se trouver au PR de l'œil myope, c'est-à-dire à une position telle que $p'_2 = -d_2$ (notez le signe négatif car l'image doit être virtuelle, c'est-à-dire devant l'oculaire pour être correctement vue par l'œil). On applique alors Descartes à la seconde lentille pour trouver la position p_2 de l'objet qui est tel que l'image soit au PR de l'œil. On trouve

$$p_2 = \frac{p'_2 f'_2}{f'_2 - p'_2} = -2,93 \text{ cm}$$

L'image étant virtuelle à distance finie, on doit bien se trouver proche du foyer F_2 (1 mètre, c'est loin par rapport à f'_2) et entre O_2 et F_2 (sinon l'image serait réelle et non virtuelle, ce qui permettrait à un hypermétrope de voir correctement mais non un myope).

- (d) Pour être vu au travers du viseur, l'objet doit être placé de sorte que son image par la première lentille tombe sur le réticule, soit en une position $p'_1 = D$. Ainsi, Descartes permet encore d'isoler

$$p_1 = \frac{p'_1 f'_1}{f'_1 - p'_1} = -14 \text{ cm}$$

Cette position ne dépend pas de la nature de l'œil puisqu'on a réglé l'oculaire de sorte à voir correctement le réticule. De ce fait, toute image intermédiaire placée au même niveau que le réticule sera automatiquement vue correctement par l'œil via l'oculaire.

Le viseur est dit « à frontale fixe » car seuls les objets situés à la position précédente devant la lentille seront vus correctement au travers du viseur : on ne regarde que les objets dans un plan donné devant le viseur.

NB : le concepteur du sujet s'est placé dans le cas particulier où objet et image intermédiaire sont symétriques l'un de l'autre par l'objectif pour que les calculs soient particulièrement simples à faire de tête...

3. (a) La première mesure (qui va de l'objet à la lentille) donne la valeur $\overline{AO} = x_1$, soit

$$p = \overline{OA} = -x_1$$

La seconde mesure va de la lentille à l'image (donc mesure $\overline{OA'}$), mais comme on avance plutôt que de reculer sur le banc d'optique, on a aussi

$$p' = \overline{OA'} = -x_2$$

- (b) Connaissant les positions respectives de l'image et de l'objet par rapport au centre optique, on en déduit avec Descartes

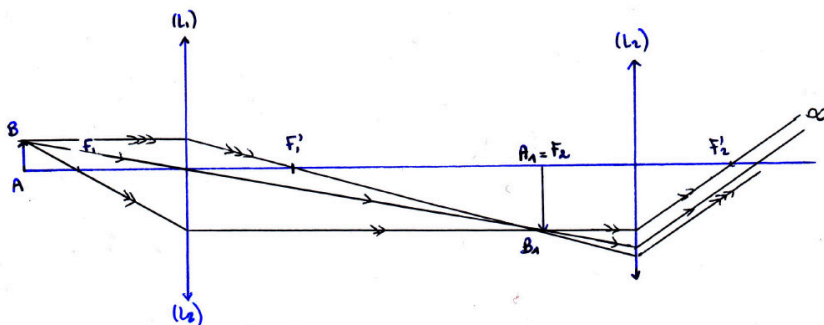
$$f' = \frac{pp'}{p-p'} = \frac{x_1 x_2}{-x_1 + x_2} = -20 \text{ cm}$$

Il s'agit d'une lentille divergente.

26. Microscope optique***

1. Le schéma est donné ci-contre.
2. Si l'objet est vu à l'infini à travers l'oculaire, c'est qu'il se trouve dans le plan focal objet de l'oculaire donc $\alpha' = A_1 B_1 / f'_2$. S'il se trouve à la distance minimale de vision nette, alors $\alpha = A_1 B_1 / \delta$. D'où

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\delta}{f'_2} \quad \text{soit} \quad \boxed{f'_2 = \frac{\delta}{G} = 2,5 \text{ cm}}$$



3. Position de l'objet

(a) Pour L_1 ,

$$\overline{F'_1 A_1} \overline{F_1 A} = -f_1'^2 \quad \text{et} \quad \gamma_1 = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1 A_1}}{\overline{O_1 A}} = \frac{p'_1}{p_1}$$

(b) On a
$$\frac{1}{p'_1} - \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f'_1} \iff p_1 = \frac{p'_1 f'_1}{f'_1 - p'_1} \iff \gamma_1 = \frac{p'_1}{p_1} = \frac{f'_1 - p'_1}{f'_1}$$

Or,
$$p'_1 = \overline{O_1 F'_1} + \overline{F'_1 F_2} = f'_1 + \Delta$$

D'où, avec $\gamma_1 = \ominus 40$,

$$\boxed{f'_1 = -\frac{\Delta}{\gamma_1} = 0,40 \text{ cm}}$$

(c) On a

$$\boxed{\overline{O_1 A_\infty} = \frac{p'_1}{\gamma_1} = \frac{f'_1 + \Delta}{\gamma_1} = -0,41 \text{ cm}}$$

L'objet est donc très proche du foyer objet de l'objectif.

4. L'œil voit net des objets situés entre δ et l'infini. Le cas infini a été traité dans la question précédente. Il reste donc à traiter le cas où l'image finale se trouve à $\delta = 25 \text{ cm}$ de l'œil. On note A_δ la position de l'objet pour laquelle on obtient une image finale à 25 cm de l'œil. On a le schéma $A_\delta \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A'$ avec $\overline{F'_2 A'} = -\delta$ (puisque l'œil est au foyer image de l'oculaire). Appliquons la formule de Newton à l'oculaire L_2 :

$$\overline{F'_2 A'} \overline{F_2 A_1} = -f_2'^2 \quad \text{d'où} \quad \overline{F_2 A_1} = \frac{f_2'^2}{\delta}$$

Appliquons la formule de Newton à l'objectif L_1 :

$$\overline{F'_1 A_1} \overline{F_1 A_\delta} = -f_1'^2 \quad \text{soit} \quad \overline{F_1 A_\delta} = \frac{-f_1'^2}{\overline{F'_1 F_2} + \overline{F_2 A_1}} = \frac{-f_1'^2}{\Delta + (f_2'^2 / \delta)}$$

Au final,

$$\boxed{\overline{O_1 A_\delta} = \frac{-f_1'^2}{\Delta + (f_2'^2 / \delta)} - f'_1}$$

Application numérique :

$$\boxed{\overline{O_1 A_\delta} - \overline{O_1 A_\infty} = 1,5 \text{ } \mu\text{m}}$$

5. **Attention**, ici on recherche le grossissement commercial *du microscope*. On a

$$\alpha' = \frac{A_1 B_1}{f'_2} \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{AB}{\delta}$$

D'où le grossissement commercial G_c (G_c est positif)

$$G_c = \frac{\alpha'}{\alpha} = \left| \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{AB}} \right| \frac{\delta}{f'_2} = |\gamma_1| G_2 = 400$$

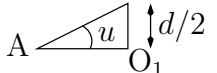
6. Problème d'ouverture

(a) Dans l'air $n = 1$. Comme $\omega_0 = n \sin(u)$, on a $u = \text{Arcsin}\left(\frac{\omega_0}{n}\right)$. D'où $\boxed{u = 41^\circ}$

(b) u n'est pas petit, l'objectif du microscope ne travaille donc pas dans les conditions de Gauss.

(c) Il faudra corriger les aberrations de sphéricité (un type d'aberrations géométriques) : l'image d'un point est entouré d'un halo dû aux rayons qui traversent la lentille loin de l'axe optique.

(d) Soit d le diamètre de la monture, on a alors

$$\tan(u) = \frac{d}{2O_1 A} \quad \text{soit} \quad \boxed{d = 2O_1 A \tan(u) = 0,71 \text{ cm}}$$


7. Soit O'_1 l'image du centre optique de l'objectif par l'oculaire. Cherchons sa position par Descartes en se souvenant que

$$\overline{O_2 O_1} = \overline{O_2 F_2} + \overline{F_2 F'_1} + \overline{F'_1 O_1} = -f'_2 - \Delta - f'_1$$

$$\frac{1}{\overline{O_2 O'_1}} - \frac{1}{\overline{O_2 O_1}} = \frac{1}{f'_2} \quad \Longleftrightarrow \quad \overline{O_2 O'_1} = \frac{\overline{O_2 O_1} f'_2}{\overline{O_2 O_1} + f'_2} = \frac{-(f'_1 + \Delta + f'_2) f'_2}{-(f'_1 + \Delta + f'_2) + f'_2} = f'_2 + \frac{f'^2_2}{f'_1 + \Delta}$$

Au final,

$$\boxed{\overline{O_2 O'_1} = f'_2 + \frac{f'^2_2}{f'_1 + \Delta} = 2,88 \text{ cm}}$$

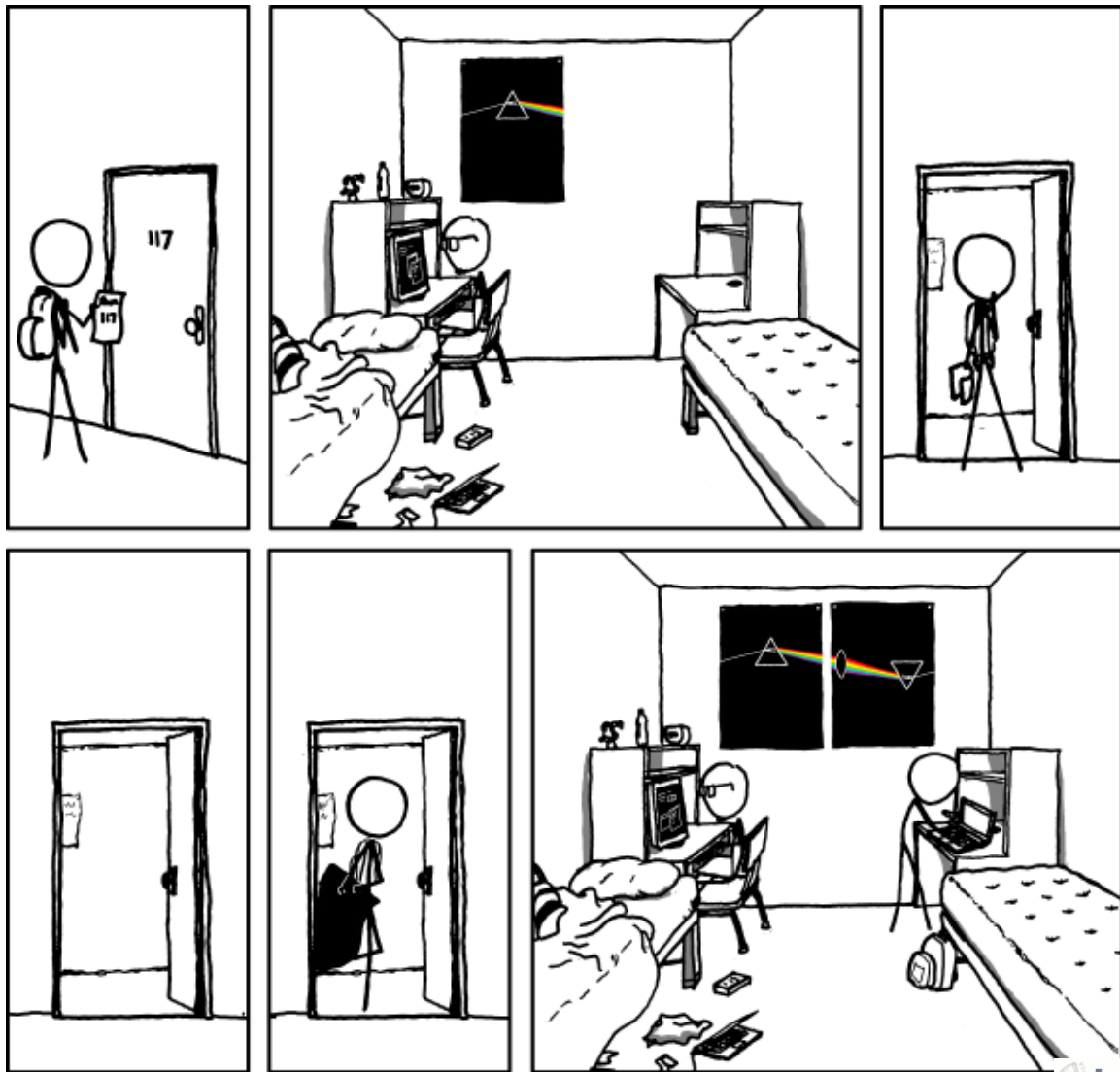
De même $\gamma = \frac{\overline{O_2 O'_1}}{\overline{O_2 O_1}} = \frac{f'_2}{\overline{O_2 O_1} + f'_2} = -\frac{f'_2}{f'_1 + \Delta}$ soit $\boxed{d' = \frac{f'_2}{\Delta + f'_1} d = 1,1 \text{ mm}}$

Mettre l'œil dans le plan du cercle de l'oculaire permet de percevoir un maximum de luminosité.

8. Avec les valeurs numériques données (2 chiffres significatifs) : $\boxed{d_{\min} = 5,5 \cdot 10^2 \text{ nm}}$.

9. Il faut **diminuer** $d_{\min}$, donc soit augmenter l'ouverture numérique (on risque alors d'augmenter les aberrations), soit diminuer la longueur d'onde, ce qui peut poser des problèmes (utilisation d'UV).

10. Les globules rouges ont une taille de $10 \mu\text{m} \gg d_{\min}$ (taille typique de toutes les cellules ou des êtres unicellulaires), on peut donc les observer.



xkcd.com

I was going to record an album with that cover under the name "PINK FTFY", so it'd come after them on the store CD rack.

But at this point music stores are just rooms where CDs are set out to age before they're thrown away, so probably nobody would see it.

