Optique géométrique, indications

1. Éclipse totale du 11 août 1999

1. **Taille du Soleil et de la Lune** :
   - Rappelez-vous que le diamètre apparent α d'un objet de diamètre D situé à une distance d est donné par la relation $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{D/2}{d}$. Pour de petits angles, on peut utiliser l'approximation $\tan(x) \approx x$ (en radians).
   - Convertissez le diamètre apparent de $\frac{1}{2}^\circ$ en radians.
   - Utilisez cette relation pour calculer le diamètre D du Soleil et de la Lune en fonction de leurs distances respectives à la Terre.
2. **Taille de la zone de pénombre** :
   - Schématisez la situation : la Lune est entre le Soleil et la Terre. La zone d'ombre correspond à la région où la Lune cache entièrement le Soleil, tandis que la pénombre correspond à la région où seule une partie du Soleil est cachée.
   - Utilisez les propriétés géométriques des triangles semblables pour déterminer la taille de la zone de pénombre. Pensez à la différence entre les diamètres apparents du Soleil et de la Lune, ainsi qu'à la distance Terre-Lune.
   - La taille de la zone d'ombre est donnée (300 km). Comment cette information peut-elle vous aider à calculer la taille de la pénombre ?
3. **Explication des éclipses annulaires** :
   - Une éclipse annulaire se produit lorsque la Lune ne cache pas entièrement le Soleil. Pourquoi cela peut-il arriver ?
   - Réfléchissez à la variation des distances Terre-Lune et Terre-Soleil. Comment ces distances influencent-elles les diamètres apparents du Soleil et de la Lune ?
   - Considérez les orbites elliptiques de la Terre autour du Soleil et de la Lune autour de la Terre. Comment cela peut-il expliquer qu'une éclipse soit totale ou annulaire ?

2. Prisme à réflexion totale.

1. **Compréhension du problème** :
   - Dessinez le prisme et tracez le trajet du rayon lumineux. Le prisme est un triangle rectangle isocèle, donc ses angles sont de 45°, 45° et 90°.
   - Le rayon entre normalement (perpendiculairement) à l'hypoténuse. Que signifie "normalement" en termes d'angle d'incidence ?
   - Le rayon doit ressortir parallèlement à lui-même. Quel phénomène physique doit se produire pour que cela soit possible ?
2. **Condition de réflexion totale** :
   - Pour que le rayon ressorte parallèlement à lui-même, il doit subir une réflexion totale sur l'une des faces du prisme. Quelle est la condition pour qu'une réflexion totale se produise ?
   - Utilisez la loi de Snell-Descartes pour déterminer l'angle limite au-delà duquel la réflexion totale se produit. Cet angle dépend de l'indice de réfraction du prisme, noté n.
   - Calculez l'angle d'incidence sur la face où la réflexion totale doit se produire. Pensez à la géométrie du prisme.
3. **Calcul de l'indice minimal** :

- — Déterminez l'angle d'incidence critique pour lequel la réflexion totale commence à se produire. Cet angle est donné par $\sin(\theta_{\text{limite}}) = \frac{1}{n}$.
- — En utilisant la géométrie du prisme, trouvez la relation entre l'angle d'incidence et l'indice de réfraction n.
- — Résolvez cette relation pour trouver la valeur minimale de n permettant une réflexion totale.

4. **Cas du prisme en verre** :
   - — L'indice de réfraction du verre est donné comme étant supérieur à 1,5. Comparez cette valeur avec l'indice minimal calculé précédemment.
   - — Que peut-on conclure sur le comportement du rayon lumineux si le prisme est en verre ?

3. Cube rétroréflecteur

1. **Modéliser le problème** : Commencer par représenter le coin de cube en trois dimensions et identifier les trois faces réfléchissantes. Choisir un repère orthonormé adapté pour simplifier les calculs, par exemple en plaçant le sommet du cube à l'origine et les arêtes le long des axes.
2. **Représenter le vecteur incident** : Noter $\vec{u} = (\alpha, \beta, \gamma)$ le vecteur unitaire définissant la direction et le sens du rayon lumineux incident.
3. **Analyser la réflexion sur une face** : Pour chaque face, déterminer la normale sortante $\vec{n}$ (vecteur unitaire perpendiculaire à la face). Utiliser la loi de la réflexion pour exprimer le vecteur réfléchi $\vec{u}'$ en fonction de $\vec{u}$ et $\vec{n}$. Hint : la loi de la réflexion peut s'écrire $\vec{u}' = \vec{u} - 2(\vec{u} \cdot \vec{n})\vec{n}$. Comment cela se réduit-il si le vecteur est un des vecteurs de base ?
4. **Appliquer successivement les réflexions** : Calculer le vecteur après la première réflexion sur la première face, puis utiliser ce résultat comme vecteur incident pour la deuxième réflexion sur la deuxième face, et ainsi de suite pour les trois faces.
5. **Simplifier les expressions** : Après avoir obtenu le vecteur final, montrer qu'il est égal au vecteur initial $\vec{u}$ ou à son opposé. Conclure sur la direction du rayon réfléchi.

4. Tube à essai

1. **Comprendre le phénomène optique** : Analyser pourquoi l'épaisseur du verre n'est pas visible dans le cas du tube à essai, contrairement au thermomètre. Considérer le rôle de la réfraction de la lumière à l'interface air-verre et verre-liquide.
2. **Appliquer le principe du retour inverse de la lumière** : Imaginer le trajet d'un rayon lumineux entrant horizontalement dans le verre et déterminer les conditions pour qu'il atteigne le liquide après réfraction.
3. **Identifier le rayon limite** : Considérer le rayon incident tangent au cercle extérieur du tube à essai. Calculer l'angle d'incidence et utiliser la loi de Snell-Descartes pour trouver l'angle de réfraction θ_{lim} dans le verre.
4. **Relier l'angle de réfraction au rayon intérieur** : Pour que le rayon réfracté soit tangent au cercle intérieur, exprimer $\sin\theta_{\text{lim}}$ en fonction des rayons R_i et R_e.
5. **Établir la relation finale** : Combiner les résultats des étapes précédentes pour obtenir une relation entre R_i, R_e, et l'indice de réfraction n.

5. À la pêche !

1. **Analyser les contraintes géométriques** : Représenter schématiquement la situation en coupe transversale, en incluant le bateau, l'eau, le pêcheur, Maurice, et le compère sur le bord. Identifier les angles de vision possibles depuis le bateau et depuis le bord.

2. **Comprendre les limites de visibilité** : Étudier les phénomènes de réfraction et de réflexion à l'interface air-eau. Rappeler que la lumière se propage en ligne droite dans un milieu homogène, mais change de direction à l'interface entre deux milieux d'indices différents.
3. **Utiliser la loi de Snell-Descartes** : Pour déterminer les zones invisibles depuis le bateau, calculer l'angle limite de réfraction lorsque la lumière passe de l'eau à l'air. Cet angle dépend de l'indice de réfraction de l'eau ($n \approx 1{,}33$).
4. **Déterminer la zone cachée depuis le bateau** : Calculer la distance horizontale maximale à partir du bateau où Maurice peut se placer sans être vu. Considérer la profondeur d et la largeur ℓ du bateau pour définir cette zone.
5. **Intégrer la position du compère** : Étendre l'analyse pour inclure la visibilité depuis le bord du ruisseau. Identifier la zone où Maurice ne peut être vu ni depuis le bateau ni depuis le bord.
6. **Synthétiser les résultats** : Combiner les contraintes des deux points de vue (bateau et compère) pour déterminer la position optimale de Maurice.

6. Narcissisme

1. **Comprendre le principe de réflexion dans un miroir plan** : Rappeler que l'image d'un objet dans un miroir plan est symétrique par rapport au plan du miroir. Cela signifie que la distance entre l'objet et le miroir est égale à la distance entre le miroir et l'image.
2. **Identifier les points clés à refléter** : Pour voir son corps en entier, il est nécessaire que le miroir reflète au moins deux points spécifiques : le sommet de la tête et les pieds.
3. **Calculer la hauteur minimale du miroir** : Déterminer la distance verticale entre les yeux et le sommet de la tête, puis entre les yeux et les pieds. La taille minimale du miroir dépendra de ces distances.
4. **Positionner le miroir verticalement** : Trouver la position optimale du miroir en fonction de la hauteur des yeux par rapport au sol. Le miroir doit être placé de manière à ce que son bord supérieur reflète le sommet de la tête et son bord inférieur reflète les pieds.
5. **Utiliser un schéma pour visualiser** : Dessiner un schéma représentant la personne, le miroir, et les rayons lumineux partant des points clés (sommet de la tête et pieds) vers les yeux après réflexion sur le miroir. Cela permettra de vérifier les calculs et de confirmer la taille et la position du miroir. Penser à utiliser le théorème de Thalès dans l'affaire.

7. Miroir cylindrique

1. **Étudier le cas du point lumineux central** : Expliquer pourquoi un rayon parallèle à l'axe du cylindre ne subit aucune déviation et apparaît comme un point lumineux central.
2. **Analyser le trajet des rayons lumineux** : Considérer un rayon lumineux entrant par l'un des trous du cylindre. Étudier sa propagation à l'intérieur du cylindre en tenant compte des réflexions successives sur la surface intérieure argentée.
3. **Modéliser les réflexions** : Le cylindre étant argenté intérieurement, les réflexions sur la paroi sont quasi parfaites. Utiliser les lois de la réflexion pour déterminer les angles d'incidence et de réflexion à chaque rebond.
4. **Calculer les positions des cercles lumineux** : Pour un rayon lumineux faisant un angle θ avec l'axe du cylindre, déterminer le nombre de réflexions nécessaires pour qu'il arrive jusqu'à l'observateur. Relier cet angle au rayon r du cylindre et à la longueur L.
5. **Caractériser les cercles observés** : Montrer que les rayons réfléchis plusieurs fois forment des cercles concentriques vus depuis l'autre trou. Calculer les rayons angulaires de ces cercles en fonction de r et L.

8. Cyclope

1. **Comprendre la configuration géométrique** : Dessiner un schéma en coupe horizontale représentant les deux miroirs M_1 et M_2 formant un angle de 80° et l'œil placé au milieu de la base du triangle isocèle formé par leur intersection.
2. **Utiliser la loi des réflexions multiples** : Rappeler que chaque miroir plan crée une image symétrique de l'objet par rapport à son plan. Dans le cas de deux miroirs, les images peuvent subir des réflexions successives.
3. **Calculer les positions des images primaires** : Déterminer les positions des images directes de l'œil dans chaque miroir M_1 et M_2. Ces images sont obtenues par symétrie par rapport à chaque miroir.
4. **Considérer les images secondaires** : Étudier les images formées par les réflexions successives entre les deux miroirs. Par exemple, l'image de l'œil dans M_1 peut être réfléchie à nouveau dans M_2, et vice versa.
5. **Déterminer le nombre total d'images** : Justifier que la formule générale pour le nombre d'images N formées par deux miroirs plans formant un angle θ est donnée par $N = \frac{360^\circ}{\theta} - 1$ si $\frac{360^\circ}{\theta}$ est un entier. Sinon, N est la partie entière de $\frac{360^\circ}{\theta}$.
6. **Vérifier les cas particuliers** : Appliquer cette formule pour quelques cas particulier bien choisis, puis pour $\theta = 80^\circ$ et vérifier si des images coïncident ou non.

9. lame à faces parallèles

1. **Comprendre la géométrie du problème** : Dessiner un schéma clair de la lame à faces parallèles en représentant le rayon incident, le rayon réfracté dans la lame, et le rayon sortant. Identifier les angles d'incidence i, de réfraction r, et les distances pertinentes, notamment l'épaisseur e de la lame.
2. **Appliquer la loi de Snell-Descartes** : Écrire la relation entre l'angle d'incidence i et l'angle de réfraction r à l'interface air-lame. Exprimer $\sin r$ et $\cos r$ en fonction de i et n.
3. **Analyser le trajet du rayon dans la lame** : Montrer que le rayon réfracté en sortie de la lame est parallèle au rayon entrant, mais décalé latéralement. Calculer la distance horizontale parcourue par le rayon dans la lame en fonction de e et r.
4. **Calculer le décalage latéral Δy** : Utiliser la trigonométrie pour exprimer le décalage Δy en fonction de l'épaisseur e et des angles i et r. Considérer la projection verticale du trajet du rayon dans la lame.
5. **Exprimer Δy en fonction de i uniquement** : Remplacer $\cos r$ dans l'expression de Δy en utilisant la relation $\cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r}$ et la loi de Snell-Descartes. Simplifier l'expression pour obtenir la formule demandée.

10. Le pêcheur pêché

1. **Comprendre les positions respectives** : Schématiser la situation en représentant la surface de l'eau, la position de l'œil de Chuck (60 cm au-dessus de l'eau), et celle de Maurice (40 cm sous l'eau). Bien indiquer les distances verticales et le fait que Chuck est à la verticale de Maurice.
2. **Calculer la distance apparente pour Chuck** : Déterminer la position apparente de Maurice telle que perçue par Chuck en utilisant (ou en redémontrant) la relation de conjugaison du dioptre plan.
3. **Calculer la distance apparente pour Maurice** : Faire de même pour la position apparente de Chuck telle que perçue par Maurice. Tenir compte de l'inversion des milieux (eau vers air).
4. **Comparer les distances perçues** : Calculer les distances apparentes entre Chuck et Maurice pour chaque observateur. Vérifier si ces distances sont égales ou différentes en raison des effets de la réfraction.

11. Aquarium

1. Première partie : Deux images de Maurice
   - **Analyser les interfaces optiques** : Identifier les différentes interfaces (air-verre-eau-verre-air) dans l'aquarium qui peuvent causer des réflexions et des réfractions de la lumière. Justifier pourquoi le verre peut être considéré comme absent en première approximation.
   - **Vue du dessus** : Faire un schéma en vue du dessus et imaginer ce que voit un observateur qui regarde dans la direction d'un angle de l'aquarium.
   - **Localiser les images de Maurice** : Montrer que la lumière peut emprunter deux chemins différents avant d'atteindre l'œil de l'observateur, donnant deux images de Maurice pou lui.
2. Deuxième partie : Décalage apparent de l'épuisette
   - **Modéliser la réfraction à l'interface air-eau** : Considérer l'épuisette comme un objet partiellement immergé. Utiliser la loi de Snell-Descartes pour expliquer comment la lumière en provenance de la partie immergée est déviée à la sortie de l'aquarium (en négligeant l'épaisseur du verre).
   - **Calculer le décalage apparent** : Pour un angle d'environ 30° par rapport à la normale, calculer l'angle de réfraction dans l'eau et en déduire le décalage apparent entre la partie émergée et la partie immergée de l'épuisette.
   - **Utiliser un schéma explicatif** : Dessiner un schéma montrant les rayons lumineux provenant des parties émergée et immergée de l'épuisette, ainsi que leur trajet jusqu'à l'œil de l'observateur. Cela permettra de visualiser le décalage apparent.

12. Cuve de verre

1. Cuve vide
   - **Analyser le système optique** : Identifier les éléments du système : la lentille convergente $\mathscr{L}$ et les faces parallèles AB et CD. Noter que les faces AB et CD, d'épaisseur négligeable, n'ont pas d'effet optique dans ce cas.
   - **Utiliser la formule de conjugaison des lentilles** : Appliquer la relation de conjugaison pour une lentille mince $\frac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} = \frac{1}{f'}$, où A est la position de l'objet (point P) et A′ celle de l'image.
   - **Calculer la position de l'objet par rapport à la lentille** : Déterminer la distance entre le point P et le centre optique O de la lentille. Pour cela, additionner les distances données (25,0 cm devant AB, 20,0 cm entre A et C et 5,00 cm entre CD et O).
   - **Trouver la position de l'image** P′ : Résoudre l'équation de conjugaison pour obtenir la position de l'image P′ par rapport à la lentille, puis en déduire sa position par rapport à la face AB.
2. Cuve remplie de liquide
   - **Prendre en compte l'effet du liquide** : Lorsqu'un liquide transparent remplit la cuve, considérer que les faces AB et CD forment un dioptre plan. Le liquide modifie le trajet des rayons lumineux en introduisant une réfraction supplémentaire.
   - **Modéliser le système avec le liquide** : Le système optique devient un ensemble de deux dioptres plans (air-liquide et liquide-air) suivis de la lentille. Utiliser les formules de conjugaison pour les dioptres plans et les lentilles.
   - **Calculer la distance apparente de l'objet** : Déterminer la position apparente de P due au dioptre plan formé par la face AB. Utiliser la relation $\frac{n_1}{\overline{\mathrm{HA}_1}} = \frac{n_2}{\overline{\mathrm{HA}_2}}$. Attention, il faut l'utiliser deux fois de suite avant de regarder ce qui se passe avec la lentille. Bien penser à calculer les distances par rapport au dioptre considéré, la valeur qui sort de la première formule ne va pas directement dans la seconde.
   - **Recalculer la position de l'image avec le liquide** : Utiliser la nouvelle position apparente de P comme objet pour la lentille et déterminer la nouvelle position P″ de l'image.
   - **Exploiter le décalage pour trouver l'indice** : Sachant que $\mathrm{P'P''} = 6{,}25$ cm, résoudre l'équation pour trouver l'indice n du liquide.

13. Fibre optique à saut d'indice

1. Pour énoncer les lois de Descartes, commencer par rappeler les deux phénomènes possibles à l'interface entre deux milieux : la réflexion et la réfraction.
   Pour la réflexion : Préciser la relation entre l'angle d'incidence et l'angle de réflexion.
   Pour la réfraction : Écrire la relation entre les angles d'incidence et de réfraction en utilisant les indices des milieux.
   Pour la condition de réflexion totale, analyser le cas où le rayon réfracté n'existe pas et exprimer cette condition en fonction des indices des milieux.
2. Pour déterminer la condition sur l'angle d'incidence i à l'interface cœur/gaine, utiliser la condition de réflexion totale établie à la question précédente.
   Exprimer i_ℓ en fonction des indices n_C et n_G.
   Rappeler que $\theta_\ell = \frac{\pi}{2} - i_\ell$.
3. Pour montrer que la condition est vérifiée si $\alpha < \alpha_\ell$, utiliser la relation de Snell-Descartes à l'entrée de la fibre (interface air/cœur).
   Exprimer $\sin\alpha$ en fonction de n_A, n_C, et θ.
   Comparer θ à θ_ℓ pour en déduire la condition sur α.
   Le cône d'acceptance est défini comme l'ensemble des angles α pour lesquels la lumière est confinée dans le cœur.
4. Pour établir l'expression de l'ouverture numérique ON, utiliser la relation $\text{ON} = n_A \sin\alpha_\ell$.
   Exprimer $\sin\alpha_\ell$ en fonction de n_C et n_G en utilisant les résultats des questions précédentes.
   Simplifier l'expression pour obtenir $\text{ON} = \sqrt{{n_C}^2 - {n_G}^2}$.
5. Pour dessiner les trajets des rayons lumineux :
   - **Rayon confiné** : Représenter un rayon qui se réfléchit totalement à l'interface cœur/gaine.
   - **Rayon non confiné** : Représenter un rayon qui pénètre dans la gaine et est alors absorbé. Expliquer pourquoi ce rayon ne se propage pas sur une grande distance. Mettre un angle cohérent avec le rayon précédent.
   - **Faisceau de rayons** : Dessiner un ensemble de rayons incidents dans le cône d'acceptance et montrer leur propagation dans le cœur.
6. Pour établir l'expression de la dispersion intermodale, identifier les deux rayons extrêmes :
   - Le rayon qui se propage en ligne droite (temps minimal).
   - Le rayon qui subit le plus de réflexions (temps maximal).

   Calculer les temps de parcours pour ces deux rayons en fonction de L, n_C, n_G, et c.
   Exprimer la différence de temps entre ces deux rayons.
7. Pour les applications numériques, utiliser les formules établies précédemment :
   - Calculer i_ℓ à partir de n_C et n_G.
   - Calculer ON en utilisant $\text{ON} = \sqrt{{n_C}^2 - {n_G}^2}$.
   - Calculer α_ℓ à partir de ON et n_A.
   - Calculer la dispersion intermodale en utilisant les valeurs numériques données.

14. Optique dans les milieux stratifiés

1. (a) Pour montrer que la trajectoire du rayon est globalement plane, commencer par rappeler la première loi de Descartes sur la réflexion et la réfraction.
   Indication : Analyser le plan d'incidence à chaque interface et montrer que le rayon reste dans ce plan.

(b) Pour déterminer la propriété de la grandeur $n_i \sin(\theta_i)$, appliquer la deuxième loi de Descartes à l'interface entre deux couches consécutives.
Indication : Écrire la relation entre les angles d'incidence et de réfraction pour deux milieux d'indices n_i et n_{i+1}. En déduire une constante commune à toutes les couches.

2. Pour montrer que $n(z)\sin(\theta(z)) = \mathrm{K} = \mathrm{Cte}$ dans le cas où les couches sont suffisamment minces et l'indice n est une fonction continue de z, généraliser le résultat précédent.
Indication : Considérer une variation infinitésimale de z et montrer que la quantité $n(z)\sin(\theta(z))$ reste invariante.

3. (a) Pour exprimer la constante K, utiliser la condition initiale où le rayon est parallèle à Ox à $z = z_0$.
Indication : À $z = z_0$, l'angle θ vaut $\frac{\pi}{2}$. Calculer K en utilisant cette information.

(b) Pour établir la relation entre $\tan(\theta)$ et $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}$, rappeler que $\tan(\theta)$ est la pente de la trajectoire $z(x)$.
Indication : Utiliser la relation $\tan(\theta) = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}$ et exprimer $\sin(\theta)$ en fonction de $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}$. En déduire l'expression demandée.

4. (a) Pour factoriser l'expression $\left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}\right)^2 = \frac{n^2(z)-{n_0}^2}{{n_0}^2}$, commencer par écrire $n^2(z) - {n_0}^2$ comme une différence de carrés.
Indication : Utiliser l'identité $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ pour factoriser l'expression.

(b) Pour simplifier l'expression en utilisant l'approximation $[a(x)+a_0][a(x)-a_0] \approx 2a_0[a(x)-a_0]$, remplacer $a(x)$ par $n(z)$ et a_0 par n_0.
Indication : Substituer $n(z) = n_0 + \alpha(z - z_0)$ et développer au premier ordre.

5. (a) Pour vérifier que $z(x) = z_0 + \mathrm{A}x^2$ est une solution de l'équation différentielle, calculer $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}$ et substituer dans l'équation.
Indication : Calculer la dérivée de $z(x)$ et comparer avec l'expression simplifiée obtenue précédemment.

(b) Pour exprimer A, égaler les coefficients des deux expressions de $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}$.
Indication : Résoudre l'équation obtenue pour A.

(c) Pour déterminer la nature de la trajectoire, analyser la forme de $z(x)$.
Indication : Une équation de la forme $z(x) = z_0 + \mathrm{A}x^2$ représente une courbe bien connue.

15. Aurores quotidiennes

1. Pour montrer que l'on peut estimer la valeur du rayon terrestre $\mathrm{R_T}$ en mesurant l'intervalle de temps τ entre deux observateurs, commencer par schématiser la situation.
Indication : Considérer la géométrie du problème et exprimer l'angle θ parcouru par la Terre pendant l'intervalle de temps τ. Utiliser la relation trigonométrique entre $\mathrm{R_T}$, h, et θ.
Pour estimer l'incertitude, utiliser la formule de propagation des incertitudes sur $\mathrm{R_T}$.

2. Pour montrer que l'Aurore est observée avec une avance due à la réfraction atmosphérique, analyser le trajet d'un rayon lumineux traversant l'atmosphère.
Indication : Appliquer les lois de Snell-Descartes à l'interface entre le vide et l'atmosphère. Exprimer les angles i et r en fonction des indices n_0 et n_1.
Pour estimer l'avance, calculer la différence entre l'angle θ avec et sans atmosphère. Utiliser des approximations pour les petits angles.

3. Pour analyser l'effet de la réfraction atmosphérique sur la taille apparente du Soleil ou de la Lune à l'horizon, utiliser la formule donnée pour D.
Indication : Substituer les valeurs numériques dans la formule et comparer D à δ. Interpréter le résultat en termes de perception visuelle.

4. Pour étudier l'évolution de l'avance dans le cas d'une atmosphère à deux couches, appliquer les lois de Snell-Descartes à chaque interface.
Indication : Décomposer le problème en deux étapes : la réfraction entre le vide et la première couche,

puis entre la première et la deuxième couche. Utiliser la formule des sinus dans les triangles formés par les rayons lumineux.
Pour estimer l'avance, calculer l'angle θ en fonction des paramètres donnés et en déduire le décalage temporel τ.

5. Pour dessiner qualitativement le trajet du rayon auroral dans une atmosphère à indice continu, imaginer une courbure progressive du rayon lumineux.
Indication : Représenter un rayon qui se courbe progressivement en pénétrant dans l'atmosphère, avec une courbure plus marquée près du sol où l'indice est plus élevé.
Pour déterminer si l'avance est toujours observée, analyser comment la courbure du rayon affecte l'angle d'arrivée par rapport au cas sans atmosphère.

16. Dioptres

1. Pour définir un dioptre, rappeler la notion de surface séparant deux milieux transparents d'indices de réfraction différents.
2. Pour tracer les rayons issus du point A et déterminer l'image A′ par le dioptre plan :
   — **Indication** : Tracer un premier rayon perpendiculaire au dioptre, qui ne subit aucune déviation.
   — **Indication** : Tracer un deuxième rayon avec un angle d'incidence i_1 et appliquer la loi de Snell-Descartes pour déterminer l'angle de réfraction i_2.

   L'image A′ est l'intersection des rayons émergents.
3. Pour commenter la cassure de la figure, analyser le changement de direction des rayons lumineux à l'interface entre deux milieux d'indices différents.
Indication : Expliquer pourquoi la partie immergée d'un objet semble plus proche de la surface que sa partie réelle à l'aide du schéma précédent et de la position de A′ comparé à A.
4. Pour énoncer les conditions de Gauss, rappeler les hypothèses permettant de simplifier l'étude des systèmes optiques.
Indication : Préciser que les rayons lumineux doivent être paraxiaux et peu inclinés par rapport à l'axe optique.
5. Pour établir la relation de conjugaison d'un dioptre plan dans les conditions de Gauss :
   — Considérer deux rayons issus de A et déterminer le point d'intersection des rayons sortant pour trouver A′.
   — Utiliser les relations trigonométriques dans les triangles formés par les rayons, notamment regarder la tangente pour se débarrasser de la longueur inconnue. Appliquer la loi de Snell-Descartes pour écarter les sinus, approximer les cosinus dans les conditions de Gauss.
6. Pour l'observation de Maurice :
   (a) **Observateur en-dehors de l'eau** :
      — Appliquer la relation de conjugaison du dioptre plan pour déterminer la position de l'image P′ de Maurice. Bien réfléchir au sens des incices.
      — Faire un schéma pour visualiser ce que l'on voit depuis le point B.
   (b) **Observateur dans l'eau avec un masque de plongée** :
      i. Pour montrer la relation $\overline{\mathrm{AA'}} = e\left(1-\frac{1}{n}\right)+\overline{\mathrm{O_1A}}\left(\frac{1}{n'}-1\right)$:
         — Considérer une lame à faces parallèles et appliquer la relation de conjugaison pour chaque dioptre.
         — Décomposer les distances en utilisant les relations de conjugaison et les propriétés géométriques.

ii. Pour déterminer les objets que le plongeur peut voir nettement :
   — Utiliser la relation établie pour $\overline{O_1A'}$ et déterminer les positions des objets en fonction des distances de vision nette.

(c) **Observateur dans l'eau sans masque** :
   — Analyser l'effet de l'absence du masque sur la vergence du cristallin et la formation des images sur la rétine.