Optique géométrique

FORMULAIRE

Loi de Descartes pour la réflexion : $i' = i$

Loi de Descartes pour la réfraction : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$

Condition de réflexion totale (sens 1⟶2) : $i_1 > \text{Arcsin}\left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)$ (uniquement si $n_2 < n_1$).

Angle de réfraction limite (sens 1⟶2) : i_2 ne peut dépasser $\text{Arcsin}\left(\dfrac{n_1}{n_2}\right)$ (uniquement si $n_2 > n_1$)

Formule de conjugaison du miroir plan : $\overline{\text{HA}}+\overline{\text{HA}'} = 0$ avec H le projeté orthogonal de A sur le plan du miroir.

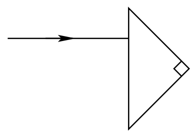
Formule de conjugaison du dioptre plan : $\dfrac{n}{\overline{\text{HA}}} = \dfrac{n'}{\overline{\text{HA}'}}$ avec H le projeté orthogonal de A sur le plan du dioptre, n l'indice du milieu d'où viennent les rayons à la traversée du dioptre et n' l'indice du milieu où vont les rayons après la traversée du dioptre.

1. Éclipse totale du 11 août 1999 Les diamètres apparents du Soleil et de la Lune sont très voisins et valent environ un demi degré. En déduire la taille du Soleil et de la Lune connaissant leurs distances respectives à la Terre : 150 millions de km et 380 000 km.

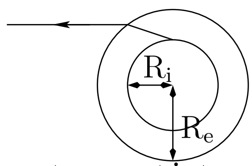
Lors d'une éclipse du Soleil par la Lune, la zone d'ombre sur la Terre est très petite (300 km de diamètre au maximum). En revanche, on a une grande zone de pénombre. Déterminer sa taille.

Comment expliquer l'existence d'éclipses dites annulaires comme celle de 2003 en Espagne ?

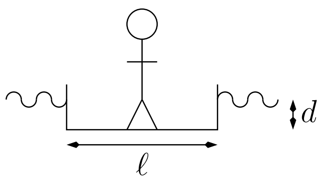
2. Prisme à réflexion totale. Un rayon lumineux entre normalement à l'hypothénuse d'un prisme à base triangle rectangle isocèle. Quelle doit être la valeur minimale de l'indice de réfraction du prisme pour que le rayon ressorte parallèlement à lui-même ? Que se passe-t-il si le prisme est en verre [1] ?



3. Cube rétroréflecteur Pour mesurer avec grande précision la distance Terre-Lune, on a déposé sur la Lune une sorte de miroir et on le vise avec un laser. Il s'agit d'un coin de cube rétroréflecteur : un rayon incident arrive sur une face, à l'intérieur d'un coin de cube réfléchissant. En raisonnant sur l'évolution du vecteur unitaire définissant la direction et le sens du rayon lumineux, montrer qu'après réflexion sur les trois faces, le rayon repart parallèle à lui-même.



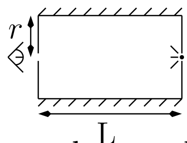
4. Tube à essai* Lorsque l'on regarde un tube à essai rempli de liquide coloré, on ne « voit » pas l'épaisseur du verre : le liquide coloré semble occuper la totalité du cylindre. En revanche, ce n'est pas le cas pour un thermomètre. Soient R_e et R_i les rayons externes et internes du cylindre de verre d'indice $n = 1{,}50$. Chercher les valeurs de R_i pour que le phénomène ait lieu.



5. À la pêche ! Un pêcheur utilise un bateau à fond plat de largeur $\ell = 1$ m, enfoncé de $d = 20$ cm dans l'eau. Où doit se placer Maurice pour que le pêcheur ne puisse le voir [2] ni depuis son bateau ni via son compère depuis le bord du ruisseau ?

6. Narcissisme Vous mesurez 1,70 m et vos yeux sont à 1,60 m du sol. Vous souhaitez acheter un miroir plan de taille sufisante pour vous voir en entier. Quelle doit être sa taille et comment le positionner ?

1. $n > 1{,}5$
2. Interdiction de plonger la tête dans l'eau.

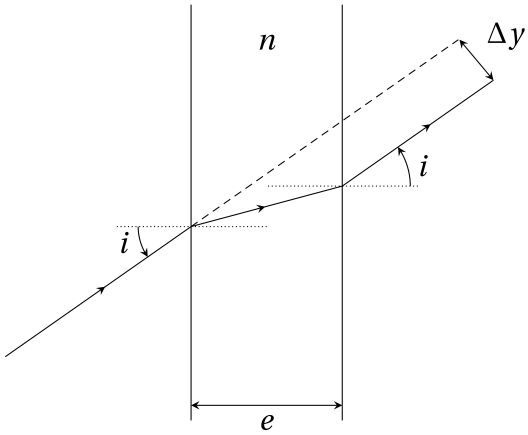


7. Miroir cylindrique Un cylindre fermé argenté intérieurement est percé de deux trous suivant l'axe du cylindre. On met une source lumineuse en un trou et on regarde par l'autre trou. Montrer qu'on voit un point lumineux (évident) mais aussi des cercles lumineux dont on donnera les caractéristiques[3] en fonction du rayon r du cylindre et de sa longueur L.

8. Cyclope Deux miroirs plans rectangulaires M_1 et M_2 ont une arête commune verticale et font un angle de 80°. Vous placez l'œil au milieu de la base du triangle isocèle formé par la trace des deux miroirs. Combien d'images de votre œil pouvez-vous voir ?

9. lame à faces parallèles** On s'intéresse à la déviation d'un rayon lumineux par une lame à faces parallèles comme sur la figure ci-contre. Le rayon sortant est parallèle au prolongement virtuel du rayon incident, leur distance Δy dépend de l'angle d'incidence i sur le dioptre air-lame. Montrer en utilisant la géométrie que la relation liant Δy et l'angle d'incidence i est

$$\Delta y = e \sin i \left(1 - \frac{\cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}\right).$$



10. Le pêcheur pêché Un pêcheur (Chuck) dont l'œil est à 60 cm au-dessus de la surface regarde Maurice qui se trouve sur la verticale à 40 cm sous la surface de l'eau. Maurice regarde aussi Chuck. Les deux observateurs se voient-ils à la même distance l'un de l'autre ?

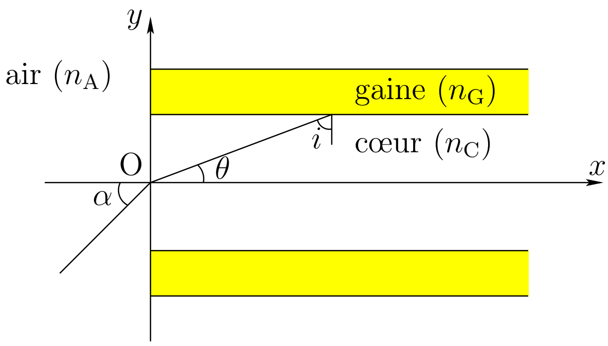
11. Aquarium Dans un aquarium parallélipipédique, on peut voir parfois deux fois Maurice. Expliquer pourquoi. Pour attraper Maurice, vous plongez dans l'aquarium une épuisette à 20 cm d'une des faces. Vous regardez[4] à la fois la partie émergée et la partie immergée de l'épuisette. Expliquez le décalage apparent entre les deux images si la direction œil-épuisette réelle fait un angle d'environ 30° par rapport à la normale à la face.

12. Cuve de verre* Une cuve de verre a la forme d'un parallélépipède rectangle de longueur AC = 20,0 cm. Les faces parallèles AB et CD ont une épaisseur négligeable. Une lentille convergente $\mathscr{L}$ de distance focale $f' = 25{,}0$ cm, dont le centre optique O est situé à 5,00 cm en arrière de CD a son axe principal normal aux faces. Un point P est situé sur cet axe, à 25,0 cm en avant de la face AB.

1. La cuve étant initialement vide, déterminer la position P′ de l'image du point P par le système.
2. La cuve est maintenant remplie d'un liquide transparent. On constate que l'image de P occupe une nouvelle position P″ telle que P′P″ = 6,25 cm. Quel est l'indice du liquide ?

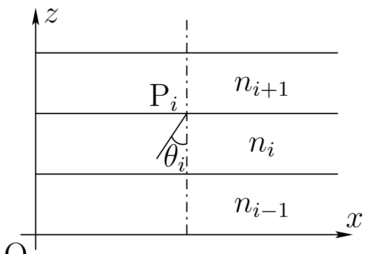
13. Fibre optique à saut d'indice**

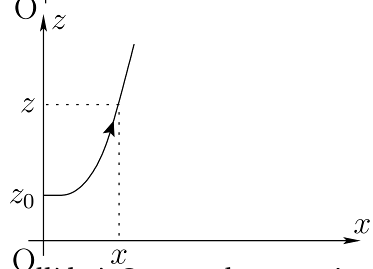
Une fibre optique à saut d'indice est formée d'un cœur cylindrique d'axe Ox et de diamètre a, homogène et isotrope, d'indice de réfraction n_C ; entouré d'une gaine, homogène et isotrope, d'indice de réfraction n_G, légèrement inférieur à n_C. La fibre est limitée à ses extrémités par deux plans perpendiculaires à Ox. L'indice de l'air est noté n_A ($n_A < n_G < n_C$). L'espace est rapporté à une repère (O, x, y, z) de base orthonormée directe $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$ On étudie la propagation d'un rayon lumineux dans le plan xOy.



3. Angle de vue.
4. À l'extérieur de cette face.

1. Énoncer les lois de Descartes pour la réflexion et la réfraction à l'interface de deux milieux transparents, homogènes et isotropes. À quelle condition y a-t-il réflexion totale ?
2. Quelle condition doit vérifier l'angle d'incidence i à l'interface cœur/gaine pour qu'un rayon lumineux situé dans le plan xOy se propage en restant confiné dans le cœur ? On note i_ℓ l'angle d'incidence limite et $\theta_\ell = \pi/2 - i_\ell$.
3. Montrer que la condition précédente est vérifiée si l'angle d'incidence α sur la face d'entrée de la fibre est inférieur à une valeur limite α_ℓ. En quoi cela définit ce qu'on appelle le « cône d'acceptance » ?
4. Montrer que l'ouverture numérique définie par $\mathrm{ON} = n_A \sin\alpha_\ell$ est égale à $\mathrm{ON} = \sqrt{{n_C}^2 - {n_G}^2}$.
5. Dessiner dans le plan xOy le trajet d'un rayon lumineux passant par O et correspondant :
   — à un rayon que se propage en restant confiné dans le cœur ;
   — à un rayon lumineux qui se propage mais ne reste pas confiné dans le cœur. Dans ce cas, pourquoi n'y a-t-il pas propagation à grande distance dans la fibre ?
   — au faisceau de rayons lumineux qui se propage sans perte d'énergie dans la fibre.
6. Établir l'expression de la « dispersion intermodale » de la fibre, c'est-à-dire la différence de temps de parcours, pour une distance L droite de fibre, entre le rayon qui met le moins de temps à parcourir cette distance L et celui qui, tout en se propageant sans perte d'énergie, met le plus de temps à parcourir la même partie de fibre.
7. Calculer i_ℓ, ON, α_ℓ et la dispersion intermodale pour $n_C = 1{,}50$, $\Delta = \dfrac{n_C - n_G}{n_C} = 2{,}0\%$, $n_A = 1{,}00$ et $L = 1{,}00$ km.





14. Optique dans les milieux stratifiés***

Soit un milieu transparent stratifié, constitué de couches homogènes d'indices n_i limitées par des plans parallèles au plan xOy ; les couches s'étendent à l'infini dans les directions x et y.

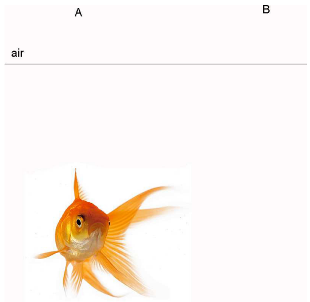
On considère un rayon lumineux traversant ce milieu ; dans la couche d'indice n_i la partie correspondante du rayon est dans le plan Oxz ; l'angle d'incidence au point P_i vaut θ_i (figure de gauche).

1. (a) Montrer que la trajectoire du rayon est globalement plane.
   (b) Quelle est la propriété de la grandeur $n_i \sin(\theta_i)$?
2. On suppose que les couches sont suffisamment minces et que l'indice est une fonction continue de z. Montrer que $n(z)\sin(\theta(z)) = K = C^{te}$.
3. Une source lumineuse ponctuelle de coordonnées$(0, 0, z_0)$ émet un rayon parallèle à Ox vers les x croissants (figure de droite). Ce rayon a pour équation $z(x)$. On note $n_0 = n(z_0)$, l'indice dans le plan $z = z_0$.
   (a) Exprimer la constante K.
   (b) Trouver une relation entre $\tan(\theta)$ et $\dfrac{dz}{dx}$. En déduire que $$\left(\frac{dz}{dx}\right)^2 = \frac{[n^2(z) - {n_0}^2]}{{n_0}^2} \qquad \textbf{(1)}$$
4. Dans l'air, on suppose que $n(z) = n_0 + \alpha(z - z_0)$ avec $\alpha > 0$. On se placera dans la situation illustrée par la figure, c'est-à-dire où $dz/dx > 0$. Le terme $\alpha(z - z_0)$ est toujours faible devant n_0.
   (a) En factorisant l'expression **(1)**, donner l'expression de dz/dx sous la forme $\sqrt{f(n(z)) \times g(n(z))}$ où f et g sont deux fonctions affines de $n(z)$.
   (b) Simplifier cette expression sachant que si $a(x) \approx a_0$, on a $[a(x) + a_0]\,[a(x) - a_0] \approx 2\,a_0\,[a(x) - a_0]$
   Montrer alors que $$\frac{dz}{dx} = \sqrt{\frac{2\alpha(z - z_0)}{n_0}}$$
5. (a) Vérifier que $z(x) = z_0 + Ax^2$ est solution de l'équation précédente.
   (b) Exprimer A.
   (c) Quelle est la nature de la trajectoire ?

15. Dioptres** On donne l'indice de l'eau $n = 4/3$.

1. Qu'est-ce qu'un dioptre ?
2. Un dioptre plan sépare les milieux d'indice n_1 et n_2 ($n_2 < n_1$). Le point A se trouve dans le milieu d'indice n_1 à 5,0 cm du dioptre. Tracer deux rayons issus de A afin de déterminer l'endroit de l'image A′ de A par le dioptre.
3. Commenter la cassure de la figure ci-contre :

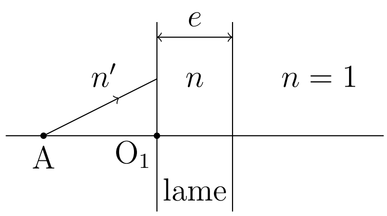
4. Énoncer les conditions de Gauss.
5. À l'aide de votre figure du 15.2, établir la relation de conjugaison d'un dioptre plan dans les conditions de Gauss.
6. Applications à l'observation de Maurice :



   (a) *Observateur en-dehors de l'eau.* Maurice se trouve à 50 cm sous l'eau. En quel endroit l'observateur placé en A le voit-il (figure ci-contre) ? Si l'observateur se déplace en B (en restant dans les conditions de Gauss), où verra-t-il Maurice ?

   (b) *Observateur dans l'eau avec un masque de plongée.* Le plongeur utilise un masque de plongée. Celui-ci comporte un verre d'épaisseur 6,0 mm en polycarbonate ($n = 1{,}6$), de face plane situé à 6,0 cm des yeux du plongeur. Le plongeur voit dans l'air nettement des objets situés entre son P.P. (à 25 cm de ses yeux) et son P.R. (à l'infini).

   i. On considère une lame à faces parallèles située entre un milieu d'indice n' et un milieu d'indice $n = 1$ selon le schéma ci-contre. L'image A′ de A est déterminée par l'intersection du rayon émergent de la lame avec l'axe optique. Montrer que l'on a



$$\overline{AA'} = e\left(1 - \frac{1}{n}\right) + \overline{O_1A}\left(\frac{1}{n'} - 1\right)$$

   Indication : utiliser la relation de conjugaison d'un dioptre plan.

   ii. Application : comment sont situés les objets sur l'axe que le plongeur peut voir nettement à l'aide de son masque ?

   (c) *Observateur dans l'eau sans masque.* Si le plongeur ôte son masque, il voit tout flou. Justifier sans calcul cette différence par rapport à la situation précédente.

♫