Homogénéité et incertitudes

1. Calculs Trouvez les calculs faux parmi les suivants et corrigez-les.

1. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
2. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$
3. 4 divisé par 1/2 vaut 2
4. 10^6 divisé par 2 vaut 5.10^5
5. 10^{-10} divisé par 10^{-5} donne 10^{-15}
6. $\sqrt{16ab} = 4ab$
7. $\frac{b}{a} + \frac{c}{d} = \frac{b+c}{a+d}$
8. $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$
9. $\frac{b-a}{ab} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$
10. $\ln(ab) = \ln(a) \times \ln(b)$
11. $\exp(a-b) = \frac{e^a}{e^b}$
12. $\cos(a+b) = \cos a + \cos b$

2. Quiz Vrai ou faux ?

— Une grandeur dérivée ne peut être sans dimension.

— On pourrait baser un système de grandeurs fondamentales sur M, L, V (vitesse), Q (charge), Θ, J (intensité lumineuse) et N (nombre de particules).

— α et $\tan\alpha$ sont sans dimension.

— Lors des calculs intermédiaires dans un exercice, on peut arrondir au nombre de chiffres significatifs choisis (le nombre le plus faible des toutes les données).

— On peut déterminer l'incertitude sur une mesure en cherchant la précision des appareils de mesure.

3. Conversions en unités SI Convertir...

1. 50 km/h en m/s
2. 0,2 g/cm^3 en kg/m^3
3. 30 mA.cm^2 en A.m^2
4. 25 mN.cm en N.m
5. 350 mL en m^3
6. 15° en rad
7. $2'15''$ en rad sachant que $1° = 60'$ (minutes d'arc) et $1' = 60''$ (secondes d'arc)

4. Unités diverses Donner les unités des grandeurs suivantes dans le système international[1] : masse volumique, volume massique, transfert thermique, moment d'une force, conductance d'un résistor, travail, coefficient d'autoinduction, différence de potentiel, intensité.

5. Une tasse de café ? Une tasse de café oubliée sur une table refroidit jusqu'à la température ambiante. On appelle capacité thermique massique de l'eau la constante $c = 4{,}18$ kJ.kg^{-1}.K^{-1}.

— D'après l'unité de c, que quantifie cette grandeur ?

— Quelle est la chaleur transférée au milieu extérieur lors du refroidissement de la tasse ?

— À quelle altitude la tasse pourrait-elle monter si l'on utilisait l'énergie perdue lors du refroidissement ?

— Quelle vitesse pourrait-elle atteindre en utilisant la même énergie ?

NB : Pour toutes les questions, vous introduirez tous les paramètres nécessaires puis en choisissant des valeurs numériques raisonnables (ou connues), vous effectuerez les applications numériques.

6. Mesure et précision du résultat Chez un adulte, la taille d'un individu varie d'environ un centimètre entre le lever et le coucher (effet de tassement diurne). Donnez votre taille au mètre près puis au cm près puis au mm près. Conclusion ?

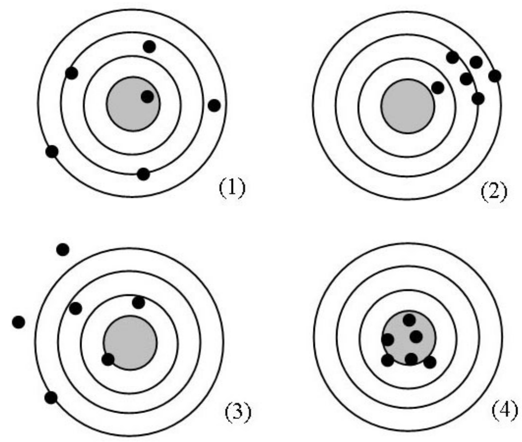
7. Une année, vision du physicien Le physicien utilise souvent l'approximation 1 an = $\pi \times 10^7$ s. Quelle est l'erreur commise en utilisant cette approximation ?

1. Recherchez au besoin des relations les mettant en jeu sur internet.

8. L'instrument de mesure Il est caractérisé par

- son temps de réponse,
- son exactitude, qui se décline en justesse (pas d'erreurs systématiques) et fidélité (reproductibilité des indications de l'appareil),
- sa sensibilité.

Faire une mesure, c'est toujours mettre en interaction un appareil avec le système à étudier, c'est donc enregistrer la réponse de l'appareil à une excitation produite par le système. La réponse de l'instrument de mesure met un certain temps à s'établir, c'est le temps de réponse. Pour un phénomène indépendant du temps, ce temps de réponse n'est pas important. Pour un phénomène qui varie dans le temps, il faut s'assurer que le temps de réponse de l'appareil est nettement plus petit que l'échelle de variation temporelle de la grandeur à mesurer.



1. Chercher un exemple d'un phénomène variant dans le temps pour lequel il faut s'assurer que le temps de réponse de l'appareil de mesure soit très inférieur au temps caractéristique du système.
2. Un appareil de mesure fonctionne bien dans une certaine plage de valeurs de la grandeur à mesurer. Dans la mesure du possible, il faut faire fonctionner un appareil là où sa sensibilité est maximale. Donner un exemple d'appareil de mesure qui fonctionne à sensibilité maximale ou non.
3. Justesse et précision. Pour les 4 figures (1) à (4) ci-dessus, indiquer leurs caractéristiques :

   Les mesures sont-elles fidèles ou non ? Justes ou non ?

9. Batman Une chauve-souris évalue les distances d'obstacles ou de proies par émission-réception d'ultrasons. Quel est la condition pour que cette mesure des distances soit efficace ?

10. Problèmes de poids* En vous pesant chez le docteur vous constatez que la balance indique deux kilogrammes de plus que la vôtre à la maison. Voyant que les balances indiquent le poids d'une personne à 500 g près (l'incertitude sur le poids est de 500 g), l'erreur commise est-elle systématique ou accidentelle ?

11. Maquette mécanique des fluides* En mécanique des fluides (aéronautique, automobile,..), on travaille parfois avec des modèles réduits. La traînée est la force de frottement qui intervient pour les vitesses élevées, la portance est celle qui permet de voler. Ces deux forces sont proportionnelles à la section droite présentée face au fluide (section droite = aire), à la masse volumique du fluide et à la vitesse du mobile au carré. Lorsqu'on utilise des maquettes (avec les mêmes matériaux que l'original) réduits au 10^{e}, comment évolue le poids de la maquette par rapport au poids de l'original ? Comment évoluent les forces de traînée et de portance ? Conclusion ?

12. Anecdote historique sur la puissance de l'analyse dimensionnelle* En 1950, G. Taylor arrivait à déterminer l'ordre de grandeur de l'énergie dégagée lors des explosions nucléaires américaines alors que ce paramètre était tenu secret par les militaires. Son idée consistait à observer le rayon R de la sphère constituant le chapeau du champignon en fonction du temps grâce aux documents filmés. Il trouva $R = A\, t^{2/5}$ avec $A = 580$ SI et t le temps écoulé à partir de l'explosion. Ensuite il cherchait les grandeurs influençant le phénomène : l'énergie dégagée E, le temps t écoulé à partir de l'explosion et la masse volumique de l'air ρ (liée à la vitesse de propagation de l'onde de choc). Trouver par analyse dimensionnelle l'expression de A en fonction de E, ρ et un coefficient numérique α sans dimension ainsi que l'expression de E en fonction de R, t, ρ et un autre coefficient numérique sans dimension k (qui est de l'ordre de l'unité).

13. Analyse dimensionnelle pour trouver une loi*

1. La vitesse du son dans un gaz n'est fonction que de la masse volumique ρ du gaz et de son coefficient de compressibilité χ_T homogène à l'inverse d'une pression. Quelle est la loi qui donne la vitesse du son en fonction de ρ et χ_T ?
2. La vitesse du son dans un solide métallique ne dépend que du module d'Young E et de la masse volumique ρ du solide. Le module d'Young est donné par la relation

$$\Delta\ell = \frac{\Delta F \ell}{ES}$$

où $\Delta\ell$ est l'élongation du métal suite à l'application de la variation de force ΔF et S est la section droite du métal. Quelle est la loi qui donne la vitesse du son en fonction de ρ et E ?

14. Chiffres significatifs et encadrement*

1. Indiquer pour chaque valeur le nombre de chiffres significatifs.

2500	$2{,}5.10^3$	0,0250	0,25	$0{,}2.10^{-4}$

2. Donner un encadrement de chacun des nombres suivants : 1,880, 1,880 à 3% près, 1,880 à 0,005 près.
3. Déterminer la valeur de l'angle α (en radians) tel que $\sin\alpha \approx \alpha$ à 5% près. Quelle est la valeur de α en ° ?
4. On mesure le diamètre d'une bille d'acier avec un pied à coulisse dont deux graduations sont distantes de 1/50 mm. La mesure donne exactement 15 mm. Écrire le résultat avec son incertitude-type puis calculer le volume de la bille avec son incertitude-type. Combien de chiffres significatifs pour π ?

15. Précision de mesure* La constante de torsion C d'un fil d'acier de longueur ℓ et de diamètre d est de la forme $C = k\,d^4/\ell$ avec k une constante numérique. La constante de torsion intervient dans la formule $\mathscr{M} = C\theta$ où θ est l'angle de torsion et $\mathscr{M}$ le couple (moment) de rappel exercé par le fil.

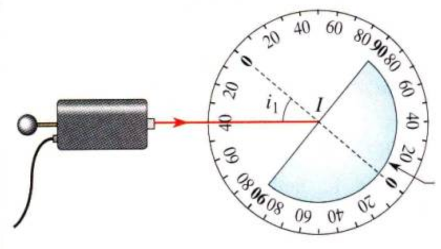
1. Donner la dimension de k.
2. La longueur étant 50 cm et le diamètre 1 mm, si on peut mesurer le diamètre à 10 microns près, avec quelle précision faut-il mesurer la longueur pour que l'erreur de mesure sur la longueur soit négligeable (on parle de négligeable pour un facteur 100) ?

16. Je pense donc je me trompe !* On calcule une grandeur G à l'aide de trois mesures :

$$M_1 = 180 \quad M_2 = 150 \quad M_3 = 120 \qquad \text{avec} \qquad G = \frac{M_1}{M_3 - M_2}$$

Exprimer l'erreur relative commise sur G en fonction des erreurs commises sur M_1, M_2 et M_3. Quelle est la mesure la moins critique ?

17. Incertitude en optique** La réfraction d'un rayon lumineux de l'air vers un milieu d'indice de réfraction n suit la loi de Descartes : $\sin i = n \sin r$ où i est l'angle d'incidence et r l'angle de réfraction. Les mesures des angles sont faites par lecture sur un disque gradué en degrés sur lequel est posé le demi-disque d'indice n (voir ci-contre).



1. Quelle est l'incertitude-type sur la mesure ?
2. On mesure $i_1 = 40°$ et $r = 25°$. En déduire la valeur de l'indice n du demi-disque avec son incertitude-type.

18. Étude d'une pile** Nous cherchons à déterminer la tension à vide E et la résistance interne r. Pour cela nous mesurons pour la pile différentes valeurs de U et I avec un voltmètre et un ampèremètre ; la relation liant les différentes grandeurs est $U = E - rI$:

<table>
<tr><td>Calibre pour U</td><td colspan="9">Unité : V
Précision : ± 0,05%L ± 0,003</td></tr>
<tr><td>U</td><td>4,731</td><td>4,731</td><td>4,730</td><td>4,728</td><td>4,724</td><td>4,722</td><td>4,721</td><td>4,719</td><td>4,716</td></tr>
<tr><td>Calibre pour I</td><td colspan="3">Unité : µA
Précision : ± 0,2%L ± 0,03</td><td colspan="6">Unité : mA
Précision : ± 0,2%L ± 0,0003</td></tr>
<tr><td>I</td><td>92,83</td><td>115,45</td><td>152,65</td><td>0,2352</td><td>0,4686</td><td>0,5200</td><td>0,6661</td><td>0,7750</td><td>0,9264</td></tr>
</table>

1. Sans les barres d'erreurs : déterminez $E \pm \Delta E$ et $r \pm \Delta r$.
2. Même chose en incluant cette fois les incertitudes de chaque mesure indiquées dans la notice du fabriquant de multimètre (L correspond à la valeur « lue »).

19. Chiffres significatifs et mesures suivies d'un calcul* Pour déterminer la valeur d'une résistance R inconnue, on mesure la tension U aux bornes du résistor, puis l'intensité I du courant le traversant. La loi d'Ohm permet alors de déterminer R.

1. Dans les tableaux suivants, trouver les valeurs des couples U/I qui vont avec le résultat R :

U (V)	12,0	$1{,}2.10^{1}$	12,0	$1{,}20.10^{1}$
I (A)	0,20	2.10^{-1}	$2{,}00.10^{-1}$	$2{,}0.10^{-1}$
R (Ω)	60	6.10^{1}	$6{,}0.10^{1}$	60,0

2. Pour la première mesure (U = 12,0 V et I = 0,20 A), on a les données du constructeur concernant la précision des appareils de mesure : voltmètre : 0,05% de la lecture (de la valeur mesurée) + 2 UR (unités de représentation = dernier chiffre affiché) et ampèremètre : 0,4% de lecture + 2 UR. Déterminer l'incertitude sur la valeur de R.

20. Homogénéité** L'interaction entre deux points matériels de masse respectives M et m, est régie par la loi de Newton, qui donne, en norme $F = \mathcal{G}Mm/r^2$ (r étant la distance entre les deux points matériels)

Par ailleurs, l'énergie d'un photon E est donnée par la relation $E = \hbar\omega$.

1. En considérant les deux relations données ci-dessus, donner la dimension de la constante $\mathcal{G}$ ainsi que celle de la constante $\hbar$.
2. En utilisant l'homogénéité, construisez une masse m_P, un temps t_P et une longueur ℓ_P à chaque fois sous la forme $\mathcal{G}^\alpha.\hbar^\beta.c^\gamma$.
3. Calculer m_P, t_P et ℓ_P.

Données : constante de Planck réduite $\hbar = h/2\pi$, avec h la constante de Planck, $h = 6{,}63.10^{-34}$ SI ; constante gravitationnelle $\mathcal{G} = 6{,}67.10^{-11}$ SI ; vitesse de la lumière $c = 3{,}00.10^{8}$ SI.

21. Exploitation de mesures expérimentales : chute libre d'une bille** On répète plusieurs fois la mesure du temps t que met une bille pour chuter d'une hauteur $h = 1{,}80$ m (mesurée avec une règle graduée au cm). Les mesures donnent (N° indique le numéro de la mesure) :

N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
t (s)	0,61	0,62	0,60	0,63	0,62	0,61	0,58	0,59	0,60	0,64	0,62	0,61	0,63

1. Déterminer la valeur moyenne de t et les incertitudes-types sur t et h.
2. En déduire une valeur expérimentale de g avec son incertitude. Commentaire ?