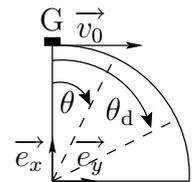


Mouvement d'un solide en rotation

1. TMC : application directe du cours None available
2. Calculs de moments None available
3. Équilibre sur plan incliné None available
4. Expérience de Galilée* None available
5. Machine d'Atwood* None available
6. Enseigne de magasin* None available
7. Expérience classique* None available
8. Tartine beurrée et loi de Murphy** None available
9. Énoncé sans paroles** None available
10. Yoyo à enroulage automatique** None available

11. **Vol plané**** Une luge assimilée à un point matériel G de masse m arrive au niveau d'un profil circulaire avec une vitesse horizontale \vec{v}_0 . Tant que la luge suit ce profil, elle décrit une trajectoire circulaire de rayon $R = 5,0$ m et est repérée par l'angle θ (voir figure). On néglige les frottements. Le référentiel $\mathcal{R}(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ lié à la Terre est supposé galiléen.



1. Écrire l'équation d'évolution de $\theta(t)$ à l'aide du théorème du moment cinétique.
2. En déduire l'expression de $\dot{\theta}$ en fonction de θ , v_0 et R .
3. Déterminer l'expression de la réaction exercée par le sol sur la luge.
4. En déduire l'angle θ_d à partir duquel la luge quitte le profil. On fera apparaître une valeur limite v_{lim} .
5. Tracer l'allure de $\theta_d(v_0)$. Que se passe-t-il au-delà de v_{lim} ?

12. Modèle de l'atome de Bohr**

1. Le mouvement de l'électron étant supposé circulaire, le vecteur position et le vecteur vitesse s'écrivent respectivement en polaire

$$\overrightarrow{OM} = r \vec{e}_r \quad \text{et} \quad \vec{v} = r\dot{\theta} \vec{e}_\theta = v \vec{e}_\theta$$

On peut alors calculer le moment cinétique au point O central

$$\vec{\sigma}_O = \overrightarrow{OM} \wedge m_e \vec{v} = r \vec{e}_r \wedge m_e v \vec{e}_\theta = m_e r v \vec{e}_z$$

La quantification du moment cinétique imposée par Bohr donne alors la relation

$$\boxed{m_e r v = n \hbar}$$

2. Appliquons la relation fondamentale de la dynamique (dans le référentiel supposé fixe et galiléen de l'atome) à l'électron soumis à la seule force \vec{F} . Le mouvement étant circulaire uniforme, l'accélération est purement radiale et d'expression $-r\dot{\theta}^2 = -v^2/r$. Ainsi la RFD s'écrit

$$-m_e \frac{v^2}{r} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad \text{soit} \quad \boxed{v^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e r}}$$

3. On peut à présent remplacer l'expression $v = n\hbar/m_e r$ dans la formule précédente pour obtenir

$$\left(\frac{n\hbar}{m_e r}\right)^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e r} \quad \text{d'où} \quad \boxed{r = \frac{n^2 \hbar^2 4\pi\epsilon_0}{e^2 m_e} = n^2 r_0 \quad \text{avec} \quad r_0 = \frac{\hbar^2 4\pi\epsilon_0}{e^2 m_e} = 0,53 \text{ \AA}}$$

4. L'énergie potentielle associée à la force électrique s'écrit, par analogie avec la gravitation,

$$E_p = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

De sorte que l'énergie mécanique se calcule en sommant énergie cinétique et énergie potentielle et en remplaçant la vitesse par son expression (celle trouvée plus haut pour v^2) en fonction de r ainsi que r par $n^2 r_0$. On a alors

$$E_m = \frac{1}{2} m_e v^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{1}{2} m_e \times \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e r} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$$

$$\text{soit} \quad \boxed{E_m = -\frac{E_0}{n^2} \quad \text{avec} \quad E_0 = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_0} = \frac{m_e e^4}{2 \times (4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} = 2,16 \cdot 10^{-18} \text{ J} = 13,5 \text{ eV}}$$

5. L'ionisation se trouve quand on arrache l'électron de son état fondamental ($n = 1$) pour l'emener jusqu'à l'infini ($n \rightarrow \infty$, soit $E_m = 0$). Il faut donc lui fournir l'énergie $E_0 = 13,5 \text{ eV}$. La vitesse quant à elle se calcule par exemple via

$$v = \frac{n\hbar}{m_e r} = \frac{\hbar}{n m_e r_0} \quad \text{soit} \quad \boxed{v = \frac{\hbar}{m_e r_0} = 2,2 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{avec} \quad n = 1}$$

L'électron s'approche fortement de la vitesse de la lumière sur son orbite la plus interne.

13. Pendule conique** None available

14. Énergie potentielle efficace** None available

15. Gravimètre de Holweck-Lejay** None available

