Approche énergétique du mouvement d'un point matériel, indications

1. Application directe du cours Écrire dans les deux cas la définition du travail en sommant les contributions du trajet de A à C et du trajet de C à B.

Pour conclure sur le caractère conservatif ou non, voir si l'expression précédente dépend ou non de la position du point C. Dans le cas où cela n'en dépend pas, écrire W sous forme de l'opposé d'une variation d'une fonction ne dépendant que de x.

2. Mister Clean Partir de la définition de la puissance (cf cours si elle n'est pas acquise) et procéder au calcul.

3. Curling

1. Repartir de la définition sous forme d'intégrale puis se rendre compte que cela revient à un simple produit scalaire car on est dans le cadre d'une force constante.
2. Appliquer le théorème de l'énergie cinétique. Ne pas oublier de justifier que les deux autres forces présentes ont bien un travail nul.

4. Voiture montant une pente Faire un inventaire complet des forces. La vitesse étant constante, le théorème de la puissance cinétique permet de relier les différentes puissances non nulles : celle de la force de frottement, celle du moteur, mais aussi celle du poids (et on justifiera que la puissance de la force normale est bien nulle, elle). En déduire la puissance développée par le moteur.

5. Trampoline Attention, il faut bien découper le mouvement en deux phases :

— une première phase de chute le long du plan incliné ;

— une deuxième phase où il y a contact avec le ressort.

Il faut justifier puis écrire la conservation de l'énergie mécanique sur chacune des deux phases pour obtenir une équation vérifiée par la compression maximale.

Pour déterminer la vitesse maximale, on a deux choix :

— soit écrire la conservation de l'énergie mécanique sur la seconde phase pour en déduire l'expression de la vitesse v en fonction de la position X et chercher le point d'annulation de la dérivée $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}X}$;

— soit chercher le point où l'accélération selon l'axe du mouvement est nulle.

6. Frottement fluide et mouvement circulaire Modéliser le déplacement par l'évolution de l'angle θ qui définit la position de la voiture sur le cercle. En déduire ce que cela signifie pour cette angle d'avoir fait n tours complets (plus un demi vu qu'on est diamétralement opposé à A). Ne pas oublier d'exprimer la vitesse en fonction de cet angle pour bien pouvoir calculer l'intégrale définissant le travail.

7. Flipper Diviser en deux phases : la phase de propulsion et la phase de « vol libre ». Bien analyser les forces en présence dans chaque phase.

Attention pour le calcul de la vitesse maximale : elle est atteinte *avant* la fin de la phase de propulsion car le ressort doit contrevenir à la gravité et sur la fin il ne pousse plus suffisamment pour augmenter l'énergie cinétique de la bille.

8. Étude d'un satellite

1. Pas d'énergétique ici. En revanche, il faut bien exprimer l'accélération en présence pour un mouvement circulaire uniforme, cela fait des révisions de *M2*.
2. S'inspirer du cours si vous ne savez plus faire (c'est une compétence à acquérir car un grand classique).
3. Utiliser les deux questions précédentes pour exprimer l'énergie mécanique en fonction uniquement du rayon de l'orbite.
4. Se demander d'où vient l'énergie.

9. Oscillations longitudinales avec deux ressorts

1. Bien écrire chaque tension sous la forme $-k(\ell-\ell_0)\overrightarrow{u}$ avec $\overrightarrow{u}$ le vecteur directeur qui va du point de fixation vers la masse impactée et ℓ la longueur du ressort. Faire un bon dessin avec un écart $x > 0$ par rapport à la position d'équilibre et exprimer la longueur de chaque ressort par rapport à x et en introduisant la longueur L totale entre les deux points de fixation.
2. On a un truc qui va osciller, on doit donc trouver une équation d'osc... harm..., enfin de votre bon ami.
3. Lecture directe sur l'équation différentielle.
4. Ici commence l'analyse énergétique. Justifier que seuls les ressorts interviennent dans cette analyse et utiliser le théorème de la puissance mécanique pour obtenir l'équation différentielle.

10. Tir parabolique

1. Appliquer le théorème de l'énergie mécanique.
2. Ne pas oublier que la vitesse se décompose en $\dot{z}$ et en $\dot{x}$ avec $\dot{x}$ fixé par le choix de α au départ du mouvement.

11. Trampoline

1. Écrire la somme des forces des quatre ressorts sous la même forme qu'un unique ressort, soit $-k(\ell-\ell_0)\overrightarrow{u}$. Réfléchir aux grandeurs que partagent ces quatre ressorts placés en parallèle pour pouvoir mettre ce qu'il faut en facteur.
2. (a) Appliquer le théorème de l'énergie mécanique sur la première phase du mouvement.
   (b) Appliquer le théorème de l'énergie mécanique sur la deuxième phase du mouvement. La vitesse s'annule quand le gymnaste est au plus bas.
   (c) Attention, il y a deux points de vigilance :
   — Le changement de régime ne se fait pas en $z = 0$ mais en $z = -\delta$, on n'a donc pas la même vitesse que précédemment calculée et surtout il n'y a pas continuité de l'énergie mécanique entre les deux phases (mais il y a bien conservation avant et après la réception sur le trampoline).
   — La force F travaille tout au long de la descente. On utilisera donc le théorème de l'énergie mécanique généralisé en ajoutant le travail de la force F (non conservative).

   Une fois l'énergie mécanique calculée au point le plus bas, elle est conservée tout au long de l'évolution jusqu'au point le plus haut (le justifier proprement).

12. Un pendule qui s'enroule

1. Raisonner par exemple en repère de Frenet avant et après le choc pour en déduire que $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$ dans les deux cas. La dérivée de v étant prolongeable par continuité, on peut en déduire des choses sur la continuité de v.

2. Il faut projeter la RFD selon $\vec{e_r}$ dans la deuxième partie du mouvement pour en déduire une expression de $\|\vec{T}\|$ et éviter que celle-ci ne s'annule. Cela impose une condition sur la vitesse en $\theta = -\pi$ que l'on peut alors calculer par théorème de l'énergie mécanique à partir de la position initiale.

13. Looping

1. La projection de la RFD selon $\vec{e_r}$ permet d'exprimer N en fonction de θ et $\dot{\theta}$. La conservation de l'énergie mécanique permet alors de se débarrasser de $\dot{\theta}$ au profit de θ dans cette expression.
2. (a) On ne s'intéresse pas ici au décollage. Un théorème de l'énergie mécanique suffit donc à notre bonheur et donne une valeur maximale de v_0 pour que cela arrive.
   (b) Lors du décollage, on a N qui s'annule. La question précédente permet donc de chercher la condition d'annulation. Cela donne une autre vitesse maximale au-dessus de laquelle il n'y a plus de décollage (N est toujours positif).
   (c) Les deux angles θ_1 et θ_2 varient différemment en fonction de la vitesse d'entrée. Le premier atteint détermine le comportement (soit on s'arrête et on fait marche arrière, soit on décolle et on tombe). Cosinus étant une fonction décroissante de θ sur $[0,\pi]$, chercher quand $\theta_1 > \theta_2$ revient à chercher quand $\cos\theta_1 < \cos\theta_2$.
3. Comparer aux vitesses des voiturettes de votre enfance.
4. Chercher le titre de la vidéo sur Youtube et la regarder.

14. Perle sur helice

1. Prouver qu'il y a conservation de l'énergie mécanique en n'utilisant que l'énergie potentielle de pesanteur. Calculer $\dot{x}$, $\dot{y}$ et $\dot{z}$ en fonction de $\dot{\theta}$ pour conclure.
2. Procéder par séparation des variable ou penser à dériver la relation trouvée pour faire apparaître une équation différentielle plus simple.

15. Modèle d'élasticité d'une fibre de verre

1. Utilisez l'expression donnée pour |Y| et isolez E. Analysez les dimensions de chaque grandeur pour déterminer l'unité SI de E.
2. La fibre se comporte comme un ressort : la force de rappel est proportionnelle à la flèche Y. Exprimez cette force à partir de la formule de Y, puis identifiez la constante de raideur k.
3. Remplacez E, d et ℓ par leurs valeurs numériques dans l'expression de k. Attention aux unités, convertissez μm en mètres.
4. L'énergie potentielle d'un ressort s'obtient en intégrant la force de rappel. Appliquez cela à la fibre en utilisant l'expression de k trouvée précédemment, puis exprimez E_{pe} en fonction de Y, E, d et ℓ.
5. L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique (donnée) et de l'énergie potentielle (déjà trouvée). Écrivez son expression complète.
6. La seule force en jeu est conservative, l'énergie mécanique se conserve. Dérivez E_m par rapport au temps et simplifiez pour obtenir une équation différentielle en $Y(t)$.
7. L'équation différentielle obtenue est celle d'un oscillateur harmonique. Identifiez la pulsation propre ω_0, puis en déduire la fréquence $f_0 = \omega_0/(2\pi)$.
8. Remplacez E, ρ, d et ℓ par leurs valeurs numériques dans l'expression de f_0. Vérifiez les unités pour obtenir un résultat en Hz.