Cinématique, indications

1. Starwars Pour exprimer la trajectoire $y(x)$, il faut déterminer la période spatiale (soit la longueur d'onde). Ici, $y = \mathrm{A}\sin\left(\dfrac{2\pi x}{2\mathrm{L}}\right)$.

Approximer $x(t)$ à un déplacement à vitesse constante $x = vt$, ce qui va permettre de déterminer la norme de la dérivée $a(t) = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2}$ et répondre à la question.

2. Trotteuse Le mouvement est un mouvement circulaire uniforme, il faut donc utiliser la formule du cours (ou la retrouver rapidement) et se poser la question du temps T nécessaire à l'aiguille pour faire un tour complet (de 2π) afin de pouvoir calculer $\omega = 2\pi/\mathrm{T}$.

3. Mouvement des aiguilles d'une montre La détermination explicite des coordonnées du point demandé en cartésiennes est possible mais assez compliquée, encore plus si on doit calculer la vitesse, puis sa norme, puis le moment où la norme est maximale (donc la dérivée de la norme).

Une méthode réfléchie dans deux repères (chacun adapté à une aiguille) sera plus efficace car les normes des vecteurs vitesses associés sont constantes, il suffit de réfléchir à la direction et au sens qui rendra la somme des deux vecteurs de norme maximale ou minimale.

Attention à ne pas vous faire avoir dans la dernière ligne droite si jamais on vous demande l'heure correspondant aux vitesses maximales ou minimales, la réponse spontanée pour généraliser ne sera vraisemblablement pas la bonne.

4. Mesure de la vitesse d'une balle Calculer le « temps de vol », c'est-à-dire le temps nécessaire à la balle pour parcourir la distance entre les deux disques. En déduire de quel angle le premier disque aura tourné. Inverser la relation pour avoir la vitesse de la balle en fonction de l'angle.

Attention, on ne peut accéder qu'à la valeur modulo 2π : qu'est-ce que cela change dans le raisonnement ?

5. Crevaison

1. Il s'agit d'une cycloïde, regarder sur votre moteur de recherche préféré.
2. Réfléchir à la distance parcourue pendant un tour de roue, d'une part en fonction de la vitesse et de la période T_0, d'autre part en fonction de la circonférence de la roue (donc de son rayon). Comme il n'y a pas de glissement, les deux expressions doivent être égales.
3. Décomposer le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ comme $\overrightarrow{\mathrm{OC}} + \overrightarrow{\mathrm{CP}}$ où le mouvement du centre C de la roue est simple à déterminer (c'est une simple translation horizontale) et celui de $\overrightarrow{\mathrm{CP}}$ correspond à une rotation uniforme (dans le référentiel de la roue), à exprimer sur un repère polaire qu'on peut alors projeter sur le repère cartésien naturel dans ce cas.
4. Pour la vitesse et l'accélération, il suffit de dériver l'expression précédente. Hint : il peut être malin de dériver dans le repère polaire avant de reprojeter car le mouvement circulaire uniforme a des caractéristiques qui facilitent cette dérivation.
5. La norme de la vitesse s'écrit $\mathrm{V} = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2}$ en cartésiennes. Le vecteur tangent, quant à lui, est donné par $\overrightarrow{\tau} = \dfrac{\overrightarrow{v}}{\mathrm{V}}$.

6. Marche à l'ombre Faire un schéma à deux instants successifs et chercher les triangle en situation de Thalès.

Noter qu'on pourrait répondre à la question juste en s'imaginant passer sous un reverbère et se faire dépasser par son ombre. Mais même en connaissant la réponse, c'est toujours intéressant de savoir le prouver en s'apuyant sur des connaissances géométriques.

7. Ballon sonde Ne pas chercher à faire intervenir des forces, il faut juste traduire l'énoncé sur la manière dont v_x dépend de z (et ce que vaut v_z). Après avoir déterminé $z(t)$ en remontant depuis v_z, on peut en déduire $x(t)$ en remontant depuis v_x exprimé en fonction du temps.

8. Touché-coulé!

1. **Pour les équations horaires** :
   - Se rappeler que le porte-avions se déplace selon l'axe (Ox) avec une vitesse constante v_0. Son équation horaire est donc de la forme $x(t) = x_0 + v_0 t$.
   - La torpille se déplace en ligne droite avec une vitesse v selon une direction faisant un angle θ avec l'axe (Ox). Ses coordonnées $(x(t), y(t))$ peuvent s'exprimer en fonction de t, v, et θ.
2. **Pour la condition d'interception** :
   - Écrire que, à un instant t, les coordonnées de la torpille et du porte-avions doivent être égales.
   - Cela conduit à un système de deux équations à deux inconnues : t et θ.
3. **Pour la résolution numérique** :
   - Isoler t dans une des équations et substituer dans l'autre pour obtenir une équation en θ.
   - Utiliser les valeurs numériques fournies pour résoudre cette équation, par exemple en utilisant une méthode itérative ou graphique.
   - Vérifier que la solution obtenue est physiquement réaliste (par exemple, $t > 0$).

9. La mouche et les trains

1. La mouche va comme « rebondir » sur les droites représentatives des trains.
2. N'ayez pas peur de faire un raisonnement à la Zénon, en prépa, on n'a pas peur de l'infini.
3. Pour chaque trajet, déterminer la distance initiale entre les deux trains (donc entre la mouche et le train qu'elle vise) et demandez-vous où la mouche va croiser le train sur cet intervalle sachant qu'elle va trois fois plus vite.
4. Il suffit de faire une somme (infinie) de toutes les distances précédentes. N'ayez pas peur, vous savez faire.

À la fin, réfléchissez pour voir si vous auriez pu trouver ce résultat (finalement fort simple) sans vous casser la tête.

10. Vol d'insecte

1. Placer tout de suite un repère polaire en choisissant un θ entre 0 et $\pi/2$ mais bien faire attention à l'intervalle de valeurs pour α. Néanmoins, pour les projections, faites-vous aussi la même chose avec un α entre 0 et $\pi/2$.
2. Projeter le vecteur $\overrightarrow{v}$ dessiné sur $(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta})$ en faisant intervenir juste v_0 et α.
3. La projection précédente doit coïncider avec l'expression de la vitesse en coordonnées polaire démontrée en cours (et toujours valable) faisant intervenir $\dot{r}$, r et $\dot{\theta}$. Prendre les produits scalaires respectifs avec $\overrightarrow{e_r}$ et $\overrightarrow{e_\theta}$ pour trouver deux équations différentielles respectivement sur r et θ que l'on peut résoudre l'une après l'autre.

   Bien vérifier que r diminue, non pas du fait d'un signe moins apparent, mais du fait de l'intervalle de valeurs dans lequel peut se trouver l'angle α.

   Bien faire attention à la valeur initiale, notamment pour r, ce ne serait pas normal d'avoir une distance au centre qui commence à 0 et devient négative.
4. L'équation polaire revient à trouver $r(\theta)$, ce que l'on peut faire en isolant t en fonction de θ et en remplaçant dans l'expression de $r(t)$.

5. Il faut résoudre $r(t_{\text{final}}) = 0$, ce qui est possible malgré l'expression en exponentielle de θ précédente (il suffit que θ puisse atteindre l'infini).
6. ce qui répond à cette question...

11. Mécanique céleste Faire un bon dessin pour se représenter les liens entre les différents angles accessibles.

Une relation d'Al Kashi permet de déterminer la distance Terre-Jupiter en fonction des rayons respectifs des orbites des deux planètes, de leur période et du temps. Il faut alors projeter la relation vectorielle $\overrightarrow{\text{♂♃}} = \overrightarrow{\text{S♃}} - \overrightarrow{\text{S♂}}$ sur $\overrightarrow{e_x}$ et $\overrightarrow{e_y}$ pour accéder à la fois à $\cos\alpha$ et $\sin\alpha$ et donc connaître α entièrement.

12. Sans trainer

1. À quoi peut bien servir un système bielle-manivelle ?
2. Cela revient à un problème de fermeture géométrique de SI.

   Si on veut le faire de manière plus manuelle, introduire l'angle de gauche du triangle OAP (que l'on connaît) et l'angle de droite (que l'on ne connaît pas encore) pour exprimer la longueur x attendue. Puis remarquer que la hauteur du triangle OAP s'exprime en fonction du sinus de ces deux angles, ce qui permet de déterminer celui de droite en fonction de celui de gauche. Et il n'y a plus qu'à conclure.
3. Courage, c'est une grosse dérivée qu'il faut faire.
4. On peut vérifier que l'approximation au second ordre des dérivées correspond à la dérivée de l'approximation au second ordre de x (hopefully).

13. Course-poursuite

1. Il s'agit d'imaginer ce qui va se passer intuitivement. Mettez-vous à la place du maître (ou du chien).
2. Se placer dans le référentiel lié au chien et décrire la position du maître dans ce référentiel en choisissant un repère adapté (hint : c'est un repère polaire).
3. Il faut jouer à faire apparaître du $\cos^2 + \sin^2$ d'un côté et la dérivée temporelle d'une fonction connue de l'autre.

14. Course de moto