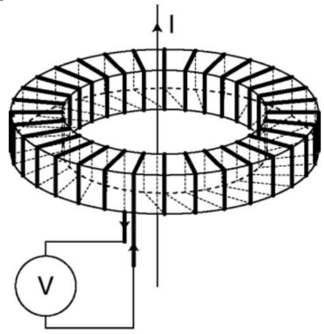
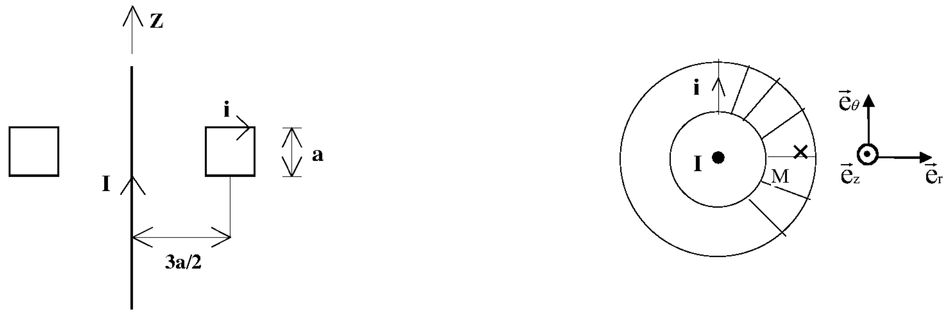



# Circuit fixe dans un champ variable

**1. Pince ampèremétrique*** On bobine un fil de diamètre $d$ sur un volume torique à section rectangulaire de rayon intérieur $R_1$, de rayon extérieur $R_2$ et de hauteur $h$.

1. Déterminer le nombre de spires sachant qu'elles sont jointives sur le cylindre intérieur.
2. Un fil parcouru par un courant $I(t) = I_m \cos(\omega t)$ passe par le centre de ce solénoïde torique. Calculer le flux du champ magnétique créé par ce fil à travers une spire du solénoïde.
3. Montrer qu'il y a existence d'une force électromotrice induite dans la bobine torique.
4. En pratique, une pince ampèremétrique est constituée d'une bobine enroulée sur un tore formé d'un matériau ferromagnétique homogène et isotrope, de perméabilité $\mu$. Calculer la valeur efficace de la fem induite.
5. Cette technique permet de mesurer après étalonnage l'intensité dans un fil. Quels sont les avantages et les inconvénients de cette méthode ?

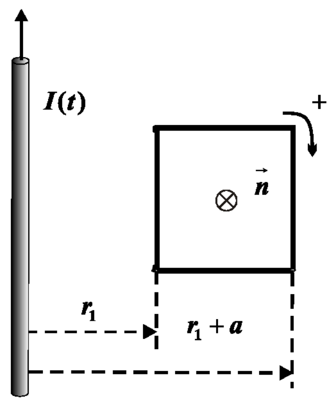
**2. Pince ampèremétrique, variante 1*** Les ampèremètres usuels ne supportent pas les fortes intensités (en général $I_{max} = 10$ A). Pour mesurer des intensités supérieures, on utilise une pince ampèremétrique dont voici le principe. Un fil rectiligne illimité d'axe O$z$ est parcouru par un courant $I(t) = I_0 \cos \omega t$ (c'est le courant à mesurer). On l'entoure d'un bobinage constitué d'un tore de section carrée de côté $a$ et de rayon moyen $3a/2$, sur lequel sont régulièrement enroulées un grand nombre de spires N. Ce bobinage est fermé sur un ampèremètre ; le circuit ainsi réalisé a une résistance totale R et est parcouru, par induction, par un courant sinusoïdal : $i(t) = i_0 \cos(\omega t)$.




1. Calculer le champ magnétique créé par l'ensemble des courants à l'intérieur du tore.
2. Calculer le flux magnétique total à travers les N spires du tore, et en déduire la f.e.m induite dans le bobinage.
3. Calculer le rapport $i_0/I_0$ (on pourra négliger R devant $\mu_0 \omega a N^2$) ; conclure.

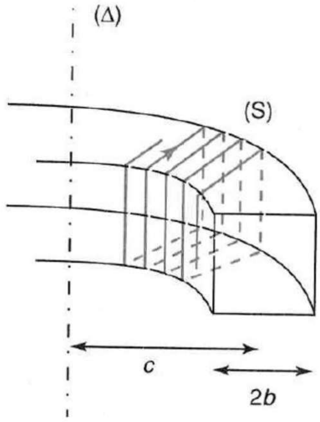
**3. Courant induit par un fil dans un cadre*** On considère un cadre conducteur ABCD (de longueur $b$ et de largeur $a$) et un fil rectiligne situé dans le plan du cadre parcouru par un courant d'intensité $I(t)$. Le courant inducteur I suit une loi affine par morceaux :

$$I(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t<0 \\ I_0 \dfrac{t}{\tau} & \text{si } t \in [0\,;\tau] \\ I_0 & \text{si } t > \tau \end{cases}$$



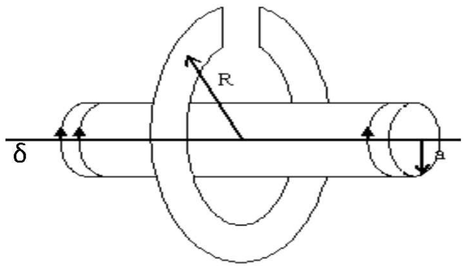

Déterminer la résultante des forces de Laplace s'exerçant sur le cadre durant cette expérience.

**4. Pince ampèremétrique, variante 2*** On considère le système constitué par un cylindre conducteur ($\Delta$) de longueur infinie, parcouru par un courant d'intensité $i(t) = \mathrm{I}_0 \cos\omega t$, et un solénoïde torique (S), de section carrée, engendré par la rotation d'un carré de côté $2b$ tournant autour de l'axe du cylindre, à la distance moyenne $c$. Il comporte une seule couche de N spires jointives supposées planes. On rappelle le champ magnétique créé par le cylindre infini $\overrightarrow{\mathrm{B}}(\mathrm{M}) = \dfrac{\mu_0\, i}{2\pi r}\,\overrightarrow{e_\theta}$.




1. Les extrémités de l'enroulement sont réunies pour former un circuit fermé. Calculer le flux du champ magnétique du cylindre à travers l'ensemble du solénoïde.
2. En déduire le coefficient d'induction mutuelle M entre ($\Delta$) et (S). Application numérique : N = 1000, $c = 6$ cm, $b = 1$ cm, $\mu_0 = 4\pi.10{-}7$ SI.
3. On relie les extrémités de l'enroulement à un voltmètre. Calculer l'amplitude de la f.é.m. d'induction dans le solénoïde. Pourquoi peut-on négliger les phénomènes d'auto-induction ?
4. Ce dispositif est appelé « ampèremètre à pince ». Expliquer le fonctionnement et l'intérêt du montage.
5. Si le voltmètre est sensible au millivolt, calculer l'amplitude minimale $\mathrm{I}_{0,\mathrm{min}}$ de l'intensité dans ($\Delta$) que l'on peut déceler, si la fréquence du courant est de 50 Hz.

**5. Anneau Carbino*** Un solénoïde long, de rayon $a$, et présentant $n$ spires par unité de longueur, est entouré d'un anneau conducteur, de rayon R, présentant un gap (fine ouverture de largeur $\delta \ll \mathrm{R}$).

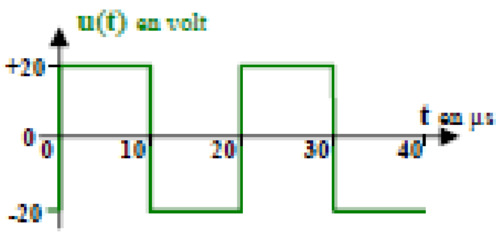


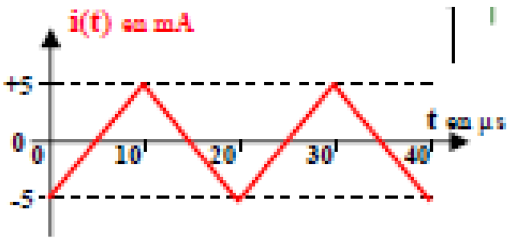

1. À l'instant initial, on instaure un courant I du sens indiqué dans le solénoïde. Que se passe-t-il ? Donner l'expression de la d.d.p. apparue aux bornes du gap.
2. Le courant $i$ passe linéairement de 0 à I pendant la durée $\tau$. On donne : I = 10 A, $n = 10^4$ m$^{-1}$, $a = 3$ cm, R = 4 cm, $\delta = 1$ mm, $\mathrm{E_R} = 30$ kV.cm$^{-1}$ (champ disruptif de l'air sec). Calculer une valeur critique pour $\tau$.

**6. Signe de l'inductance propre*** On considère une spire circulaire $\mathscr{C}$ fixe, conductrice parcourue par un courant $i$. On choisit un sens positif arbitraire pour ce circuit.

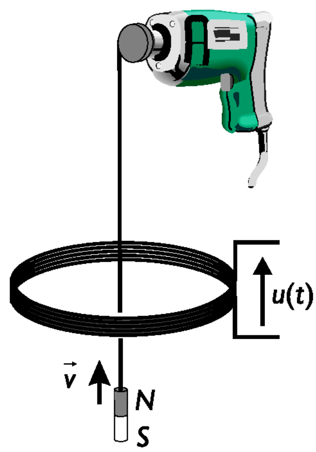
1. Donner le vecteur unitaire orientant la surface s'appuyant sur $\mathscr{C}$.
2. En supposant que le courant circule dans le sens positif, déterminer le sens du champ magnétique propre correspondant. En déduire le signe du flux propre associé. Vérifier enfin le signe de l'inductance propre.
3. Reprendre la question précédente avec l'hypothèse que le courant circule dans le sens négatif.

**7. Mesure d'inductance*** Une bobine parfaite est soumise à une tension en créneau. La tension $u(t)$ et le courant $i(t)$ sont représentés ci-dessous. Déterminer la valeur de l'inductance L de la bobine.



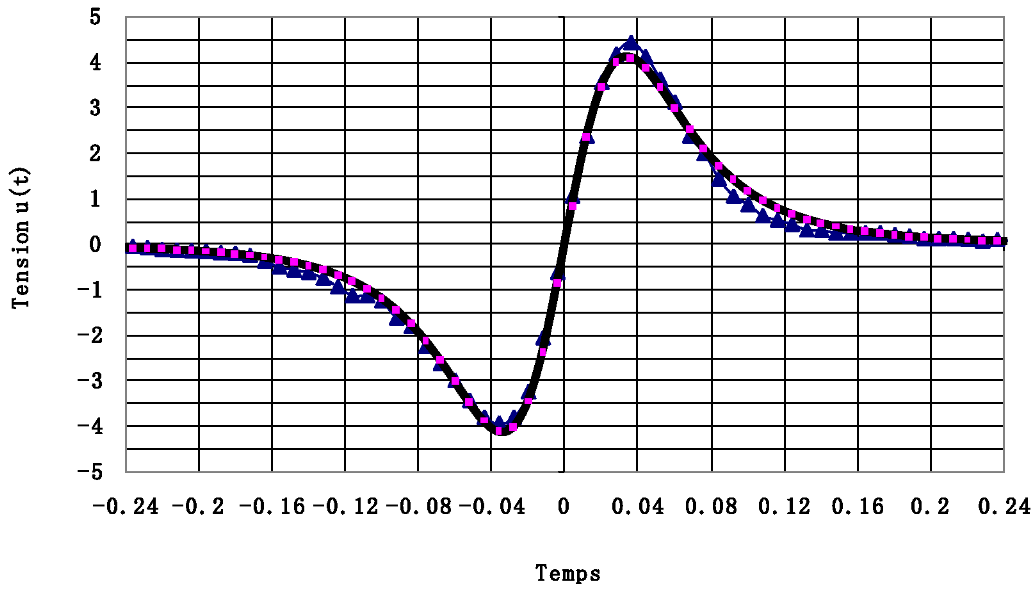



**8. Anneau tracté au travers d'une bobine*** Pour vérifier expérimentalement la loi de Faraday pour l'induction, un expérimentateur procède à l'expérience suivante. Un aimant est fixé en position verticale à un fil relié à un moteur via une poulie. En rembobinant le fil, le moteur déplace l'aimant suivant un mouvement rectiligne uniforme suivant la verticale ascendante. Une bobine de rayon $R = 7$ cm, d'épaisseur $e = 2$ cm, comportant $N = 320$ spires est placée dans un plan horizontal de telle sorte que l'aimant se déplace sur son axe de révolution. La tension induite $u(t)$ aux bornes de la bobine est enregistrée à l'aide d'un oscilloscope à mémoire. Pour tester les données expérimentales, on développe un modèle simple reposant sur les hypothèses suivantes :




- La bobine est plate et traitée dans l 'approximation filiforme.
- L'aimant est assez petit pour que l'on puisse assimiler le champ magnétique créé à celui d'un dipôle magnétique de moment magnétique vertical, $\overrightarrow{\mathcal{M}} = \mathcal{M}\,\overrightarrow{e_z}$
- La vitesse $\overrightarrow{v} = v\,\overrightarrow{e_z}$ de l 'aimant est constante lors de la montée.

1. À une date prise comme origine des temps (cf. graphe expérimental ci-dessous) la tension $u(t)$ est nulle. Quelle est la position de l'aimant à cette date ?



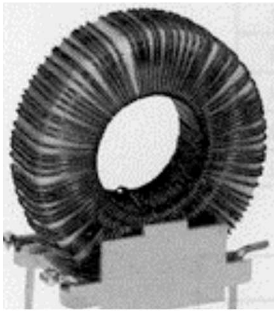

2. On admettra que $u(t)$ peut se mettre sous la forme $u(t) = \dfrac{\mathrm{C}t}{(1+\mathrm{D}t^2)^{5/2}}$. La confrontation de ce modèle avec les résultats expérimentaux n'est pas parfaite, comme l'indique la figure ci-dessous. La courbe pleine correspond au modèle théorique et les triangles sont les points expérimentaux. Quelle est la seule hypothèse physique qui puisse expliquer ce désaccord ?

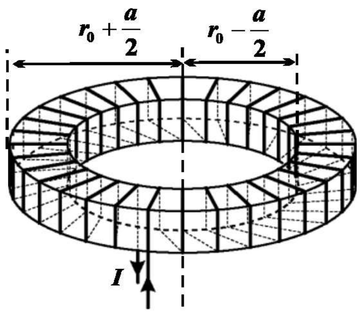
**9. Inductance mutuelle d'un fil et d'une spire carrée*** Un fil rectiligne infiniment long est parcouru par un courant d'intensité $i(t) = I_0 \cos \omega t$. On note $(Oz)$ la direction du fil, on note positivement l'intensité dans le sens de z'z. On se place dans l'ARQS. On rappelle que le champ magnétique $\overrightarrow{B}(M,t)$ en tout point M de l'espace a pour expression $\overrightarrow{B}(M,t) = \dfrac{\mu_0\, i(t)}{2\pi\, r}\,\overrightarrow{e_\theta}$.

Une bobine plane, de N spires, a la forme d'un carré ACDE de coté $a$. Deux cotés sont parallèles à l'axe $(Oz)$, à la distance R et $R+a$ de l'axe. Le fil est dans le plan de la bobine. On note $e$ la force électromotrice d'induction apparaissant dans la bobine.

Calculer $e$ en utilisant la loi de Faraday. Quel est le coefficient d'inductance mutuelle M entre le fil et la bobine ?

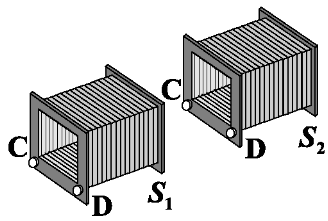
**10. Auto-inductance d'un solenoïde torique à section carrée*** Une bobine est constituée de $n_1$ spires enroulées en une seule couche sur un tore à section carrée de côté $a$ et de rayon moyen $r_0$. L'enroulement est réalisé avec un fil de cuivre de diamètre $d \ll a$, on supposera les spires jointives sur le cercle de rayon $r_0 - a/2$.

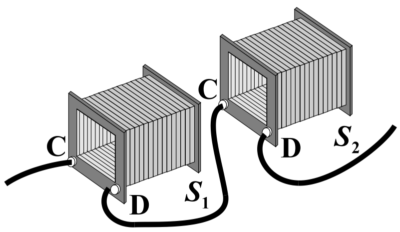




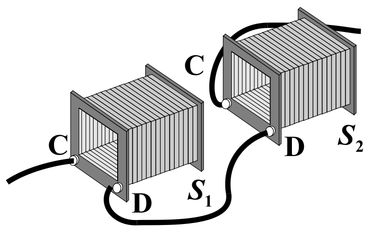

1. Quelle est l'allure des lignes de champ magnétique si $n_1$ est très grand ?
2. On donne l'expression du champ magnétique à l'intérieur du solénoïde : $\overrightarrow{\mathrm{B(M)}} = \dfrac{\mu_0\, n_1\, \mathrm{I}}{2\pi\, r}\, \overrightarrow{e_\theta}$.
   Calculer l'auto-inductance propre de la bobine.

**11. On n'additionne pas (forcément) les inductances en série !*** On dispose de deux bobines identiques $\mathrm{S_1}$ et $\mathrm{S_2}$, chacune d'inductance propre $\mathrm{L} = 11$ mH. On repère les bornes des deux bobines par les lettres C et D. Les deux bobines sont placées à proximité l'une de l'autre comme l'indique la figure ci-contre et on les connecte en série sans les déplacer en créant ainsi un nouveau dipôle. Suivant le sens de branchement, on n'obtient pas la même inductance propre de l'association de ces deux bobines. Expliquez.



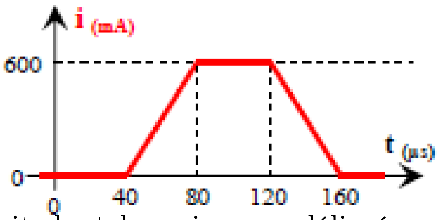




$L_{exp} = 29{,}9$ mH




$L_{exp} = 17{,}8$ mH

**12. Bobine de clôture*** Considérons la bobine pure d'inductance $\mathrm{L} = 0{,}8$ H d'une clôture électrique. Calculer la valeur de la tension $u(t)$ d'auto-induction entre 0 et 170 $\mu$s.



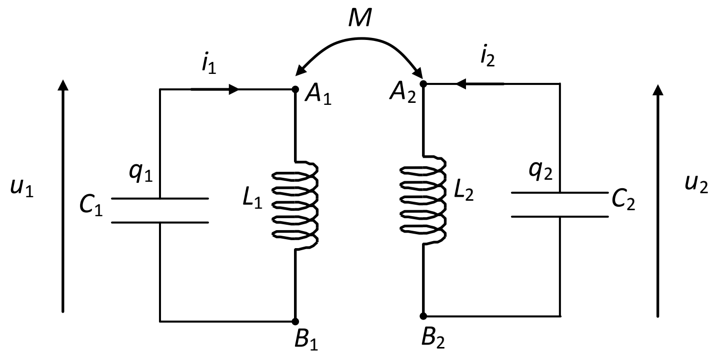

**13. Transformateur parfait*** On considère un transformateur parfait dont la puissance délivrée au secondaire sur une charge purement résistive est 3 kW en régime nominal. On impose une tension constante au primaire $\mathrm{U_1} = 220$ V. On mesure avec la charge résistive un courant secondaire $\mathrm{I_2} = 27{,}3$ A.

1. Quel est le rapport de transformation ?

Le transformateur est branché sur une charge inductive ($cos\varphi_2 = 0{,}9$). On mesure une puissance $\mathrm{P_2} = 2{,}4$ kW.

2. Quels sont les valeurs des intensités au primaire et au secondaire ?
3. Quelle est la puissance fournie au primaire ?

**14. Oscillateurs couplés par inductance mutuelle*** Deux circuits électriques sont couplés par induction mutuelle, comme indiqué sur la figure ci-dessous.




On néglige la résistance électrique de chacun et on précise les relations suivantes : $\mathrm{L}_1 = \mathrm{L}_2 = \mathrm{L}$ et $\mathrm{C}_1 = \mathrm{C}_2 = \mathrm{C}$.

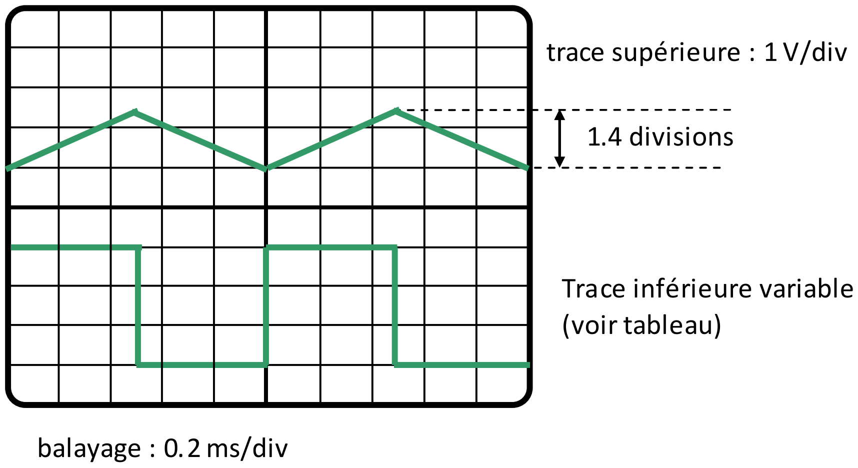
1. Soient $q_1$ et $q_2$ les charges des condensateurs à l'instant $t$. Donner les équations les reliant aux intensités figurant sur le schéma.
2. Établir le système d'équations différentielles en $q_1$ et $q_2$. On posera $k = \mathrm{M}/\mathrm{L}$ et $\omega_0 = 1/\sqrt{\mathrm{LC}}$.
3. On pose $\mathrm{S} = q_1 + q_2$ et $\mathrm{D} = q_1 - q_2$. Établir le système d'équations différentielles vérifié par S et D. On posera $\omega = \dfrac{\omega_0}{\sqrt{1+k}}$ et $\omega' = \dfrac{\omega_0}{\sqrt{1-k}}$.
4. À l'instant initial, le condensateur $\mathrm{C}_1$ porte une charge Q tandis que $\mathrm{C}_2$ est déchargé, les intensités dans les deux circuits sont nulles. Résoudre le système précédent. En déduire alors les lois horaires $q_1(t)$ et $q_2(t)$.
5. On suppose $k \ll 1$. Que dire de cette hypothèses ? Montrer qu'alors les fonctions $q_1(t)$ et $q_2(t)$ sont sinusoïdales du temps, de pulsation $\omega_0$, modulées en amplitude à une pulsation $\Omega$ à déterminer en fonction de $\omega_0$ et $k$. Représenter l'allure des graphes de $q_1(t)$ et $q_2(t)$ dans cette hypothèse.

**15. Alimentation d'une ampoule basse tension*** La plaque signalétique d'un transformateur indique ses caractéristiques nominales : 220 V/12 V/40 VA : valeurs efficaces nominales de la tension d'entrée, de la tension de sortie et produit des valeurs e fficaces nominales de la tension et de l'intensité. Ce transformateur est alimenté coté primaire par la tension délivrée par EDF : $e(t) = \mathrm{E}\sqrt{2}\cos(2\pi f t)$ avec $\mathrm{E} = 220$ V et $f = 50$ Hz. Au secondaire, on branche une ampoule 12 V, 40 W assimilable à une résistance R.

1. Le transformateur est considéré comme parfait.
   (a) Déterminer le rapport de transformation $m$ du transformateur et la résistance R de l'ampoule.
   (b) Déterminer les expressions $i_1(t)$ et $i_2(t)$ des intensités des courants primaire et secondaire. Peut-on dire que le transformateur est adapté au montage ?
2. En réalité, l'enroulement primaire possède une résistance $\mathrm{R}_1 = 5\ \Omega$ et l'enroulement secondaire une résistance $\mathrm{R}_2 = 0{,}5\ \Omega$.
   (a) Déterminer la valeur efficace de la tension $u_2(t)$ aux bornes de l'ampoule.
   (b) Déterminer la valeur numérique des pertes cuivre et le rendement du montage.

**16. Mesure d'une inductance mutuelle*** On considère deux bobines identiques, formées de N spires circulaires de rayon $a$, d'inductance L, que l'on place de façon que les deux bobinages soient coaxiaux, avec le même sens d'enroulement, la distance entre leurs centres étant repérée le long de l'axe commun O$z$ par la longueur $d$. On se propose de mesurer le couplage entre les deux bobines en envoyant dans l'une d'elles, dite la première, une tension triangulaire et en comparant à l'oscilloscope cette tension avec la tension induite dans l 'autre, celle-ci étant en circuit ouvert. On a branché en série entre le générateur de fonction et la première bobine une résistance $R' = 100\ \Omega$. On néglige la résistance R des bobines.

1. Faire le schéma du montage.
2. Les tracés observées à l'oscilloscope ont l 'allure suivante :




En faisant varier la distance $d$ entre les bobines, on observe pour l'amplitude crête à crête A du signal induit, mesurée en divisions de l 'écran, les valeurs suivantes :

| Calibre | 0,01 V/div | | | 5 mV/div | | | 2 mV/div | | 1 mV/div |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $d$ (cm) | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 10 | 12 | 16 | 20 |
| A | 4,3 | 3,3 | 2,6 | 4,3 | 3,4 | 2,3 | 4 | 2,1 | 2,4 |

(a) Écrire les équations électriques du circuit.

(b) Établir l'expression de l'inductance mutuelle M entre les deux bobines en fonction de la période T du signal d'entrée, de son amplitude crête à crête $\Delta e$, de l'amplitude crête à crête A du signal induit et de la résistance $R'$.

(c) Calculer alors, en mH, l'inductance mutuelle M entre les deux bobines pour chaque valeur de $d$.

♫