Circuit mobile dans un champ stationnaire

1. Barre de Laplace* https://youtu.be/LY8z7E-M_YY

2. Barre de Laplace sur des rails horizontaux* https://youtu.be/Zq_Muua8LrU

3. Barre de Laplace pour un circuit (presque) ouvert* None available

4. Barre de Laplace sur rails inclinés* https://youtu.be/mS7GjMcOgRA

5. Deux barres en mouvements sur des rails de Laplace* https://youtu.be/Zq_Muua8LrU?t=241

6. Barre tractée* https://youtu.be/Zq_Muua8LrU?t=803

7. Barre accrochée à un ressort* https://youtu.be/LY8z7E-M_YY

8. Deux tiges sur des rails parallèles* https://youtu.be/Zq_Muua8LrU?t=1168

9. Rotation d'une barre dans un champ uniforme* None available

10. Barre de Laplace sur rails verticaux* https://youtu.be/6_xqPg7rCiE?t=22

11. Rail avec générateur* https://youtu.be/Zq_Muua8LrU?t=1926

12. Excitation sinusoïdale avec force de rappel* https://youtu.be/Zq_Muua8LrU?t=2720

13. Filtrage électromécanique* https://youtu.be/Zq_Muua8LrU?t=3175

1. Une fois n'est pas coutume, commençons par l'équation mécanique. Sur l'axe Ox, le barreau n'est soumis qu'à la force de Laplace qui, au vu des orientations choisies pour $\overrightarrow{\mathrm{B}}$ et i, s'écrit $\overrightarrow{\mathrm{F}}_{\mathrm{Lap}} = i\mathrm{B}\ell\,\overrightarrow{e_x}$, de sorte que

$$\boxed{m\,\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = i\mathrm{B}\ell}$$

Pour l'équation électrique, il est nécessaire de calculer le flux ϕ. Au vu de l'orientation du circuit, le vecteur surface $\overrightarrow{\mathcal{S}}$ est vers le bas, tout comme $\overrightarrow{\mathrm{B}}$, de sorte que $\phi = \overrightarrow{\mathrm{B}}\cdot\overrightarrow{\mathcal{S}} = \mathrm{B}\times\mathcal{S} = \mathrm{B}\times(\mathcal{S}_0+\ell\,x)$ où $\mathcal{S}_0$ est la surface du circuit qui courre jusqu'à l'abscisse $x=0$. Il s'en suit une f.é.m. induite $e_{\mathrm{ind}} = -\dfrac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = -\mathrm{B}\ell\,v$ qui s'ajoute dans le circuit électrique à celle déjà en place, de sorte que l'équation électrique s'écrive

$$\mathrm{R}i(t) = e(t) + e_{\mathrm{ind(t)}} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\mathrm{R}i(t) = e(t) - \mathrm{B}\ell\,v(t)}$$

2. Si l'on se place en régime sinusoïdal forcé de pulsation ω, on peut passer les deux équations en complexes et les dérivations s'identifient à de simples multiplications par jω. On a alors

$$\mathrm{j}m\omega\,\underline{v} = \mathrm{B}\ell\,\underline{i} \qquad \text{et} \qquad \mathrm{R}\underline{i} = \underline{e} - \mathrm{B}\ell\,\underline{v}$$

En remplaçant $\underline{i}$ de la seconde équation dans la première, on a

$$\mathrm{j}m\omega\,\underline{v} = \mathrm{B}\ell\left(\frac{\underline{e} - \mathrm{B}\ell\,\underline{v}}{\mathrm{R}}\right) \qquad \text{soit} \qquad \left(\mathrm{j}m\omega + \frac{(\mathrm{B}\ell)^2}{\mathrm{R}}\right)\underline{v} = \frac{\mathrm{B}\ell}{\mathrm{R}}\,\underline{e}$$

ou encore

$$\boxed{\underline{\mathrm{H}}_1(\mathrm{j}\omega) = \frac{\underline{v}}{\underline{e}} = \frac{\mathrm{B}\ell}{(\mathrm{B}\ell)^2 + \mathrm{jR}m\omega}} \qquad \text{et} \qquad \boxed{\underline{\mathrm{H}}_2(\mathrm{j}\omega) = \frac{\underline{i}}{\underline{e}} = \frac{\mathrm{j}m\omega}{\mathrm{B}\ell}\,\frac{\underline{v}}{\underline{e}} = \frac{\mathrm{j}m\omega}{(\mathrm{B}\ell)^2 + \mathrm{jR}m\omega}}$$

3. En regardant les équivalent en $\omega \to 0$ et $\omega \to \infty$,

$$\boxed{\underline{\mathrm{H}}_1 \underset{\omega\to 0}{\sim} \frac{1}{\mathrm{B}\ell} = \mathrm{C^{te}}, \qquad \underline{\mathrm{H}}_1 \underset{\omega\to\infty}{\sim} \frac{\mathrm{B}\ell}{\mathrm{jR}m\omega} \to 0, \qquad \underline{\mathrm{H}}_2 \underset{\omega\to 0}{\sim} \frac{\mathrm{j}m\omega}{(\mathrm{B}\ell)^2} \to 0 \quad \text{et} \quad \underline{\mathrm{H}}_2 \underset{\omega\to\infty}{\sim} \frac{1}{\mathrm{R}} = \mathrm{C^{te}}}$$

on reconnaît un passe-bas pour $\underline{\mathrm{H}}_1$ et un passe-haut pour $\underline{\mathrm{H}}_2$, tous deux de pulsation de coupure $\omega_\mathrm{c} = (\mathrm{B}\ell)^2/\mathrm{R}m$. Il s'agit donc bien d'un « filtrage électromécanique » puisqu'on obtient des fonctions de transfert de filtres mélangeant des grandeurs électriques ($\underline{e}$ et $\underline{i}$) et mécanique ($\underline{v}$).

4. Depuis les fonctions de transferts, on peut revenir aux équations différentielles régissant l'évolution de $v(t)$ et $i(t)$. En effet, depuis $\underline{\mathrm{H}}_1$, on récupère

$$\left((\mathrm{B}\ell)^2 + \mathrm{jR}m\omega\right)\underline{v} = \mathrm{B}\ell\,\underline{e} \qquad \text{qui devient} \qquad \boxed{v + \frac{\mathrm{R}m}{(\mathrm{B}\ell)^2}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{E}_0}{\mathrm{B}\ell}} \qquad \text{pour } t \geqslant 0$$

De même, depuis $\underline{\mathrm{H}}_2$, on récupère

$$\left((\mathrm{B}\ell)^2 + \mathrm{jR}m\omega\right)\underline{i} = \mathrm{j}m\omega\,\underline{e} \qquad \text{qui devient} \qquad \boxed{i + \frac{\mathrm{R}m}{(\mathrm{B}\ell)^2}\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0} \qquad \text{pour } t \geqslant 0 \text{ car } e(t \geqslant 0) = \mathrm{E}_0 = \mathrm{C^{te}}$$

On va supposer le barreau initialement immobile (soit $v(0^+) = 0$). L'équation électrique permet alors de trouver que $i(0^+) = \mathrm{E}_0/\mathrm{R}$. La résolution des deux équations différentielles mène alors aux solutions

$$\boxed{v(t) = \frac{\mathrm{E}_0}{\mathrm{B}\ell}\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right) \quad \text{et} \quad i(t) = \frac{\mathrm{E}_0}{\mathrm{R}}\,\mathrm{e}^{-t/\tau} \qquad \text{avec} \qquad \tau = \frac{\mathrm{R}m}{(\mathrm{B}\ell)^2}}$$

14. Freinage d'un pendule dans un champ magnétique* https://youtu.be/Zq_Muua8LrU?t=3796

15. Sortie d'un cadre d'une zone de champ magnétique* https://youtu.be/6_xqPg7rCiE?t=748

16. Chute d'un cadre dans un champ magnétique* None available

17. Cadre en mouvement dans un champ inhomogène*** https://youtu.be/BlJoB1P1u18

18. Alternateur* None available

19. Haut-parleur*** https ://youtu.be/BlJoB1P1u18 ?t=1772