S01

Optique géométrique

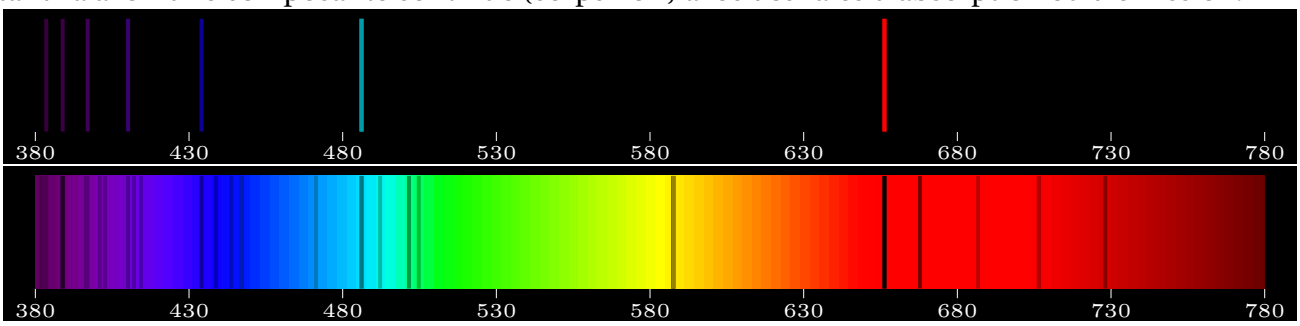
Partie I

Lumière

1 Sources et récepteurs [1]

a) Sources primaires

Ce sont les sources qui émettent réellement des photons (ampoules, laser, étoiles). Les photons émis le sont soit du fait du rayonnement de corps noir (rayonnement thermique), soit par changement de niveaux électroniques de la part des électrons dans les atomes constitutifs du corps (on a alors $h\nu = \mathcal{E}_\text{i} - \mathcal{E}_\text{f}$). Le spectre résultant va avoir une composante continue (corps noir) avec des raies d'absorption ou d'émission.



b) Sources secondaires

Les sources secondaires se contentent de diffuser la lumière qu'elles reçoivent ou alors l'absorbent puis la réémettent à l'identique (ou presque). Exemple : écran, verre dépoli, Lune, Terre, ciel.

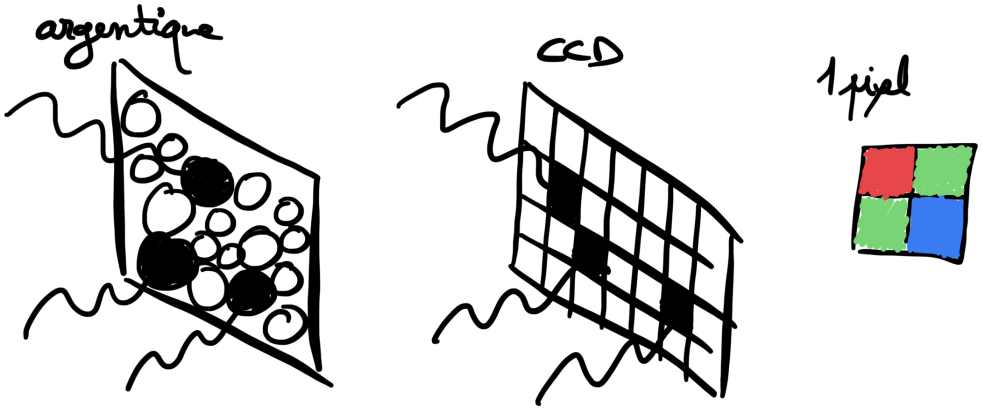
c) Récepteurs

Le récepteur le plus directement accessible est l'œil. On aura l'occasion de le modéliser plus tard, mais on peut d'hores et déjà noter qu'il admet une résolution angulaire ε (capacité à séparer effectivement deux points distincts s'ils sont vus sous un angle supérieur à ε) telle que $\varepsilon = 1' = 3.10^{-4}$ rad où $1' = 1/60°$. Dans la Grèce antique, l'acuité visuelle d'un homme était testée en observant l'amas des Pléiades (2° de taille angulaire, 7 étoiles faciles à voir, jusqu'à 12 si on regarde bien et longtemps, le temps que l'œil s'adapte à la luminosité). C'est aussi une mesure de la qualité du ciel nocturne.

Les appareils photos « argentiques » utilisaient une pellicule photo constituée d'une plaque photosensible qui, après développement, est d'autant plus noire qu'elle a reçu beaucoup de lumière (lié à l'argent qui

1. *Notions à connaître* : Sources lumineuses

s'oxyde et devient noir à la lumière). On obtient ainsi des « négatifs » que l'on peut utiliser pour impressionner du papier photosensible (utilisant sensiblement les mêmes techniques), ce qui permet de retrouver l'image d'origine. Le « grain » de la photo était à cette époque déterminé par la taille des agglomérats photosensibles qui donnait du coup un aspect plus ou moins granuleux à l'image finale.

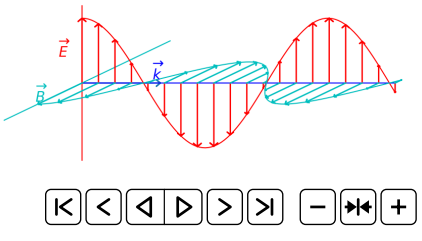


Mais aujourd'hui, les capteurs CCD se sont grandement démocratisés et on utilise un procédé physique et non plus chimique pour enregistrer des images. Les photons atteignent des cellules qui « stockent » le signal sous forme d'électrons dont le nombre est proportionnel au nombre de photons reçus. Ces cellules sont appelées « pixels » et ont une taille actuellement de l'ordre du micromètre. Pour permettre le rendu en couleur, chaque pixel est subdivisé en 4 avec un filtre rouge, un filtre bleu et deux filtres verts.

2 Nature de la lumière[2]

La lumière est à la fois onde et corpuscule. L'aspect corpusculaire découle des spectres d'émission des atomes (notamment pour l'hydrogène) avec l'émission de « grains » de lumière appelé « photons » lorsqu'un électron passe d'une couche électronique à une autre. Néanmoins, cette expérience est encore compatible avec la vision ondulatoire, et ce n'est qu'avec Einstein (1905, prix Nobel en 1921) et son explication de l'effet photoélectrique (cf chapitre *S11* de mécanique quantique) que l'aspect corpusculaire sera clairement démontré. L'aspect ondulatoire avait quant à lui été établi du fait de l'observation d'interférences lors de l'expérience de trous d'Young (1801, voir Veritasium et l'expérience de Young `http://www.youtube.com/watch?v=Iuv6hY6zsd0`).

La nature ondulatoire de la lumière est expliquée par le fait qu'il s'agisse d'oscillations des champs électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{B}$ perpendiculairement à la direction de propagation (voir animation Python).



On retrouve du coup les notions de longueur d'onde λ et de période T comme pour les ondes que l'on étudiera dans les chapitres suivants, avec notamment la relation $\lambda = cT$. On note historiquement la fréquence d'une onde lumineuse ν et non f, de sorte que la relation précédente s'écrive $\lambda\nu = c$. La fréquence ν des oscillations ne dépend pas du milieu traversé, mais comme la vitesse c de propagation en dépend, alors la longueur d'onde doit aussi en dépendre. Pour la lumière, c représente toujours la vitesse de propagation *dans le vide*. De même, on note λ_0 la longueur d'onde *dans le vide* et s'il y a un autre milieu, λ sera la longueur d'onde dans le milieu et on notera v la vitesse de propagation dans le milieu. Ainsi,

$$\boxed{\lambda_0\nu = c \text{ dans le vide} \qquad \text{et} \qquad \lambda\nu = v \text{ dans le milieu}}$$

La couleur perçue par l'œil est liée à l'énergie des photons qui parviennent à la rétine. Selon la valeur de cette énergie, ce ne sont pas les mêmes récepteurs qui s'activent et le cerveau interpréte les différents signaux

2. *Notions à connaître* : Modèle de la source lumineuse monochromatique

reçus comme différentes couleurs. L'énergie d'un photon étant donné par $h\nu$, elle est indépendante du milieu traversé. Comme c la célérité de la lumière dans le vide est une constante universelle, la couleur est reliée directement à λ_0, longueur d'onde *dans le vide* que l'on utilise souvent directement sans voir la différence avec les longueurs d'ondes dans le milieu qui pourtant peuvent être sensiblement différentes.

En général, on définit le visible comme allant de 400 nm (bleu) à 700 nm (rouge, qui commence déjà vers 600 nm). Le petit tableau suivant tiré de Wikipédia résume les frontières approximatives généralement acceptées :

Aperçu	Couleur	Intervalle de longueur d'onde(nm)
	UV	100-380
	Violet	380-450
	Bleu	450-495
	Vert	495-570
	Jaune	570-590
	Orange	590-620
	Rouge	620-750
	IR proche	750-3000

3 Milieu Transparent Homogène Isotrope (MTHI)

On va dans la suite du cours se placer dans le cadre des MTHI, c'est-à-dire de milieux

- Transparents, peu ou pas d'absorption ou de diffusion ;
- Homogènes, mêmes propriétés quelque soit le point considéré ;
- Isotropes, mêmes propriétés quelque soit la direction dans laquelle on regarde (exemple d'un fleuve).

Matériau	*n*
Vide	1
Air	1.000 293
Helium	1.000 036
Hydrogène	1.000 132
Dioxyde de carbone	1.000 45
Eau	1.333
Ethanol	1.36
Huile d'olive	1.47
Glace	1.309
Soda	1.46
PMMA (Plexiglas)	1.49
Verre crown (typique)	1.52
Verre flint (typique)	1.62
Diamant	2.42

4 Indice de réfraction d'un MTHI[3]

L'indice de réfraction d'un milieu est défini par le rapport de la célérité c de la lumière dans le vide et sa vitesse de propagation v dans le milieu

$$\boxed{n = \frac{c}{v}}$$

Comme la lumière ne peut jamais excéder sa vitesse dans le vide, on a automatiquement que $n \geqslant 1 = n_{\text{vide}}$.

EXERCICE *S1*.**1** Longueur d'onde dans l'eau

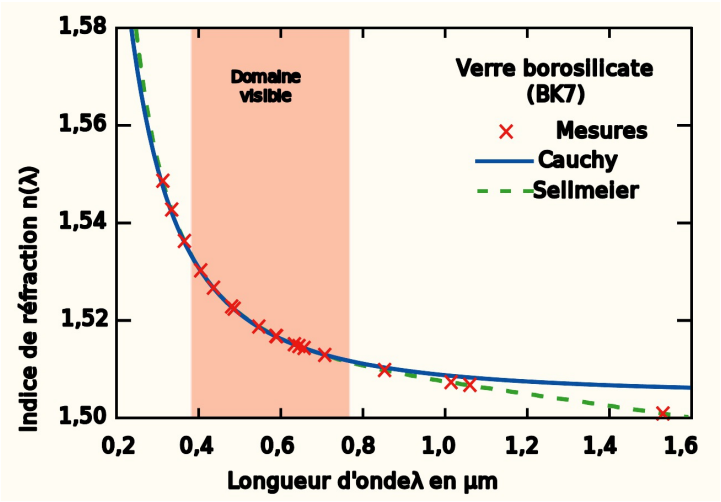
Quelle est la longueur d'onde dans l'eau (indice $n_{\text{eau}} = 1{,}33$) d'une radiation bleue de longueur d'onde $\lambda_0 = 450$ nm dans le vide ?

3. *Notions à connaître* : Indice d'un milieu transparent

Il est à noter que l'indice d'un milieu peut être différent en fonction de la couleur du rayon qui y pénètre. En première approximation, la loi de Cauchy indique cette variation sous la forme

$$n(\lambda_0) = A + \frac{B}{{\lambda_0}^2} + \frac{C}{{\lambda_0}^4} + \cdots$$

où λ_0 est la longueur d'onde dans le vide (reliée à la longueur d'onde dans le milieu par $\lambda_0 = n(\lambda_0)\,\lambda$). Souvent, on ne prend que le premier terme non constant en compte. Cette dépendance explique notamment pourquoi un prisme disperse les différentes couleurs du spectre lumineux.

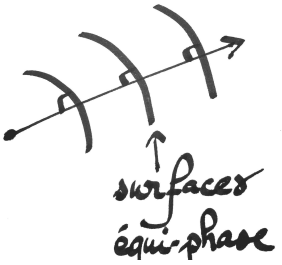


À droite, une illustration de la loi de Cauchy sur l'exemple d'un verre borosilicate (tirée de Wikipédia). Les points indiquent les valeurs expérimentales, la ligne bleue indique la loi de Cauchy qui permet de reproduire convenablement les données expérimentales dans le visible. L'équation de Sellmeier (non traitée dans ce cours), en pointillés verts, fournit une bonne description jusque dans l'infrarouge.

5 Notion de rayon lumineux[4]

L'optique géométrique s'appuie sur la notion de rayon lumineux. Celui-ci tend à représenter la trajectoire du photon ou de l'onde lumineuse (selon le choix fait pour représenter la lumière). Le rayon lumineux se déplace selon le sens de propagation de l'onde lumineuse, toujours perpendiculairement aux surfaces d'ondes (surfaces équi-phase[5]).

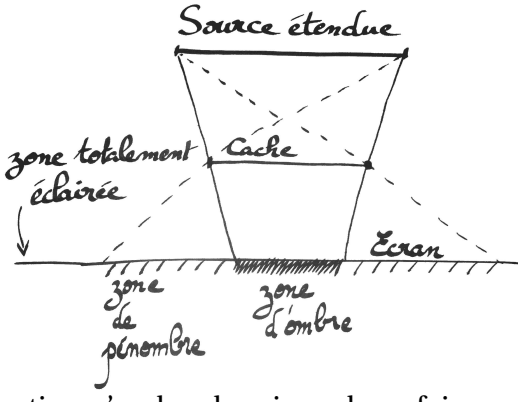
Le modèle de l'optique géométrique marche bien tant que l'on peut négliger les phénomènes de diffraction (on ne peut pas atteindre un point caché derrière un mur normalement) et d'interférences (l'intensité lumineuse ne peut pas valoir 0 à un endroit puis de nouveau quelque chose plus loin).



6 Propagation dans un MTHI

La propagation dans un MTHI se fait toujours en ligne droite dans le modèle de l'optique géométrique (en l'absence de phénomène de diffraction). Remarque : il ne faut pas confondre diffraction (comme dans le cas des ondes sonores et de la porte) et diffusion (comme dans le cas du ciel et qui peut encore rentrer dans le cadre du modèle de l'optique géométrique).

Cette propagation en ligne droite permet de définir les notions d'ombre et de pénombre dans le cadre d'une source étendue partiellement obturée par un cache.



Remarque : si on fait tomber l'hypothèse « homogène », la propagation n'a plus de raison de se faire en ligne droite car on observe une réfraction progressive des rayons lumineux qui peut les faire se courber (voir plus loin).

4. *Notions à connaître* : Approximation de l'optique géométrique et notion de rayon lumineux.
5. Voir le théorème de Malus en seconde année.

7 Principe du retour inverse de la lumière

Les lois de l'optique géométrique sont inchangées si on change le sens de propagation des rayons. On a donc la possibilité de raisonner « à l'envers » en partant de l'objet éclairé et en cherchant la source correspondante. C'est d'ailleurs ainsi que la plupart des images « réalistes » d'objets physiques sont faites : on envoie un rayon depuis le récepteur et on voit sur quoi il s'est réfléchi et de quelle direction il venait.

Si vous pouvez voir, c'est que vous pouvez être vu...

EXERCICE *S1***2** Existence des glaces sans tain...

Si le principe du retour inverse de la lumière s'applique effectivement, comment expliquer que McGee et Dinozzo (agents très spéciaux de la série NCIS) puissent regarder Gibbs interroger le suspect en salle d'interrogatoire sans que le suspect ne puisse les voir ?

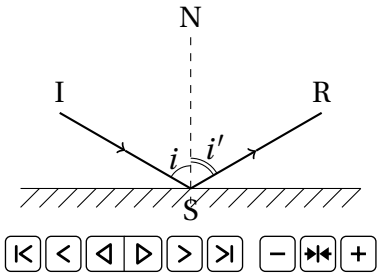
Partie II

Lois de Descartes[6]

1 Réflexion

a) Mise en évidence

Regardez-vous dans un miroir le matin et voyez ce qu'on peut en tirer comme observations !



b) Énoncé

Lors de l'arrivée d'un rayon à l'interface entre deux MTHI (dioptre) ou entre un MTHI et une surface métallique (miroir), il existe *toujours* un rayon réfléchi tel que

— Le rayon réfléchi (SR) **appartient au plan d'incidence** formé par le rayon incident (SI) et la normale (SN) en I à l'interface.

— L'angle $i' = (\widehat{\text{NS}, \text{SR}})$ avec la normale du rayon réfléchi est égal à celui du rayon incident $i = (\widehat{\text{IS}, \text{SN}})$.

$$\boxed{i = i'}$$

EXERCICE *S1***3** Narcissisme

Vous mesurez 1,70 m et vos yeux sont à 1,60 m du sol. Vous souhaitez acheter un miroir plan de taille sufisante pour vous voir en entier. Quelle doit être sa taille et comment le positionner ?

6. *Notions à connaître* : Réflexion – Réfraction. Lois de Descartes.

c) Remarques

Dès qu'une interface entre deux milieux existe, il existe nécessairement un rayon réfléchi, que cette interface soit un dioptre (surface de séparation entre deux MTHI) ou un miroir.

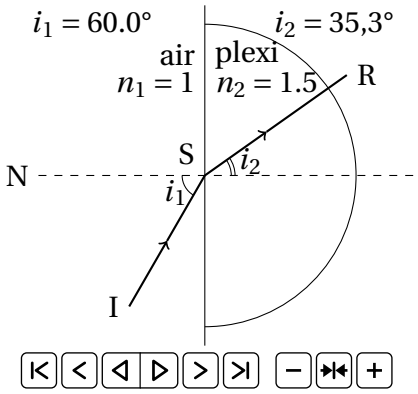
La première loi de Descartes respecte bien la loi du retour inverse de la lumière.

Quand l'interface est courbe, la normale se définit par rapport au plan tangent en I à la surface courbe. NB : sur un cercle, la normale est confondue avec la droite dirigée vers le centre du cercle.

2 Réfraction

a) Mise en évidence

Montage avec hémicylindre en plexiglas et laser.



b) Énoncé

Lors de l'arrivée d'un rayon à l'interface entre deux MTHI (dioptre), il existe *parfois* un rayon réfracté tel que

— Le rayon réfracté appartient au plan d'incidence.

— L'angle incident i_1 et l'angle réfracté i_2 (s'il existe) sont reliés par la relation

$$\boxed{n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2}$$

EXERCICE *S1*.4 Réfraction, application directe

Un rayon ressort d'une interface verre/eau avec un angle de 50°. Quelle était la valeur de l'angle incident ?

EXERCICE *S1*.5 Maurice, ce sacré farceur...

Dans un aquarium parallélipipédique, on peut voir parfois deux fois Maurice. Expliquer pourquoi.
Pour attraper Maurice, vous plongez dans l'aquarium une épuisette à 20 cm d'une des faces. Vous regardez[7] à la fois la partie émergée et la partie immergée de l'épuisette. Expliquez le décalage apparent entre les deux images si la direction œil-épuisette réelle fait un angle d'environ 30° par rapport à la normale à la face.

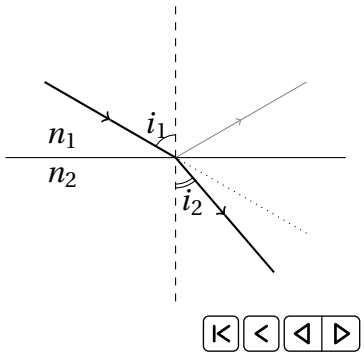
7. À l'extérieur de cette face.

c) Remarques

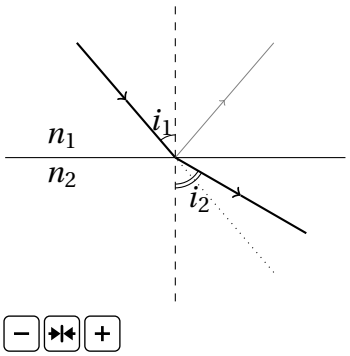
Si le second milieu est *plus réfringent* que le premier (par exemple passage de l'air à l'eau), c'est-à-dire que $n_1 < n_2$, alors la relation de Descartes impose que $\sin i_1 > \sin i_2$, soit $i_1 > i_2$, le rayon réfracté se *rapproche* de la normale. Au contraire, si le second milieu est *moins* réfringent que le premier (passage de l'eau à l'air), alors le rayon réfracté *s'éloigne* de la normale.

Le principe du retour inverse de la lumière s'applique aussi à la seconde loi de Descartes, mais indépendamment de la première (voir schéma)

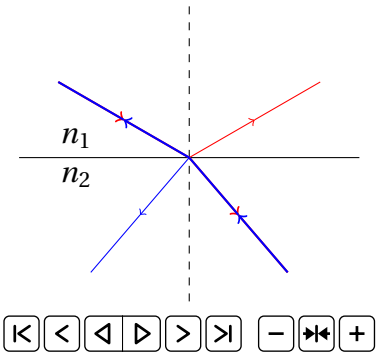
$n_2 > n_1$
On se rapproche de la normale



$n_2 < n_1$
On s'éloigne de la normale

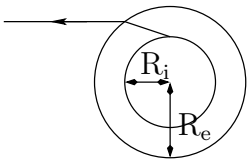


Retour inverse partiel



EXERCICE *S16* **Tube à essai ou biberon de lait à réchauffer**

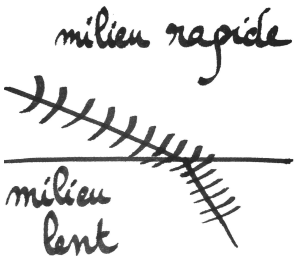
Lorsque l'on regarde un tube à essai rempli de liquide coloré, on ne « voit » pas l'épaisseur du verre : le liquide coloré semble occuper la totalité du cylindre. En revanche, ce n'est pas le cas pour un thermomètre. Soient R_e et R_i les rayons externes et internes du cylindre de verre d'indice $n = 1{,}50$. Chercher les valeurs de R_i pour que le phénomène ait lieu.



d) Interprétation ondulatoire

L'interprétation ondulatoire de la lumière permet d'expliquer assez facilement le « virage » pris par l'onde lors du passage de l'interface. En effet, supposons que l'on ait $n_2 > n_1$, c'est-à-dire que l'onde lumineuse se déplace plus lentement dans le second milieu. Alors, la partie du front d'onde qui a déjà traversé l'interface met un « coup de frein » comparé à celle qui est encore dans le premier milieu.

Ainsi, la partie dans le premier milieu rattrape celle dans le second milieu, induisant naturellement une réorientation du front d'onde qui se rapproche alors de la normale (penser au fait que la roue intérieure dans un virage tourne forcément moins vite que la roue extérieure car elle a moins de distance à parcourir sur le cercle intérieur, puis inverser le raisonnement : si on oblige la roue d'un côté à tourner moins vite, la voiture [ou le tank...] va forcément tourner dans cette direction).

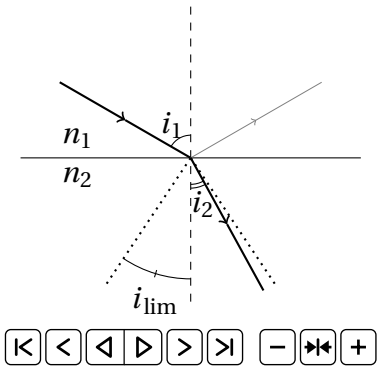


Voir l'animation Python correspondante `S04_passage_interface.py`

e) Angle de réfraction limite et angle de réflexion totale

Considérons en premier lieu le cas où le second milieu est plus réfringent que le premier ($n_2 > n_1$, passage air→eau). On a alors que le rayon réfracté se rapproche de la normale ($i_2 < i_1$), donc l'image de l'intervalle $[0;\pi/2]$ par la relation $i_2 = \text{Arcsin}\left(\dfrac{n_1}{n_2}\sin i_1\right)$ est un intervalle $\left[0;i_{2,\text{lim}}\right]$ avec $i_{2,\text{lim}} < \pi/2$. Inversement, cela signifie qu'aucun rayon ne peut provenir du premier milieu et sortir de l'interface dans le second milieu avec un angle $i_2 > i_{2,\text{lim}}$. Lorsque $i_1 = i_{1,\text{max}} = \pi/2$, l'angle i_2 correspondant vaut $i_{2,\text{lim}} = \text{Arcsin}\left(\dfrac{n_1}{n_2}\right)$ et est appelé

« angle de réfraction limite ».

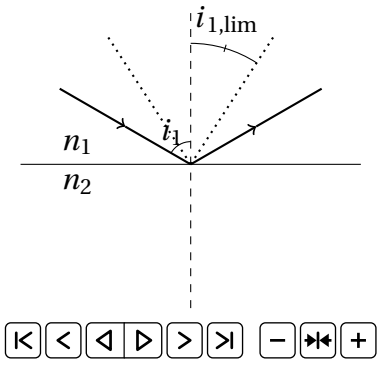


Considérons à présent le cas où le second milieu est moins réfringent que le premier ($n_2 < n_1$, passage eau→air). Pour qu'il y ait réfraction, il faut forcément que la relation de Descartes $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ soit vérifiée. En particulier, la fonction sinus étant bornée par 1 lorsque $i_2 = \pi/2$, on doit nécessairement avoir

$$n_1 \sin i_1 \leqslant n_2 \qquad \text{soit} \qquad \boxed{i_1 \leqslant \text{Arcsin}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)}$$

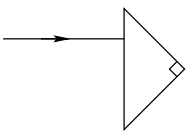
Mais alors que se passe-t-il si l'opérateur décide d'envoyer un rayon sur l'interface avec $i_1 > i_{1,\text{lim}}$? Rien ne l'en empêche, mais comme la relation de Descartes n'est pas applicable, c'est nécessairement que le rayon réfracté n'existe pas et par conséquent le rayon incident est *totalement réfléchi*.

$$\boxed{\text{Si } i_1 > \text{Arcsin}\left(\frac{n_2}{n_1}\right), \text{ alors il y a réflexion totale sur l'interface.}}$$



EXERCICE *S1.7* Prisme à réflexion totale

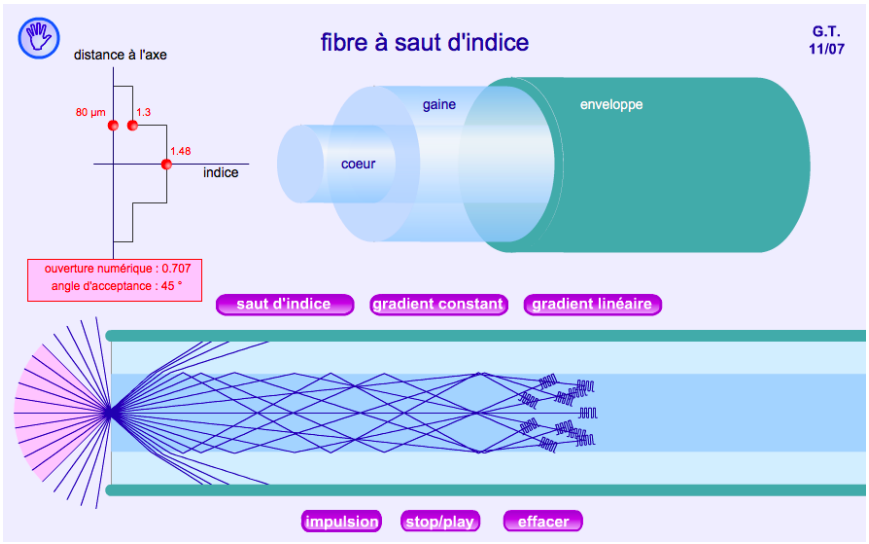
Un rayon lumineux entre normalement à l'hypothénuse d'un prisme à base triangle rectangle isocèle. Quelle doit être la valeur minimale de l'indice de réfraction du prisme pour que le rayon ressorte parallèlement à lui-même? Que se passe-t-il si le prisme est en verre[8] ?

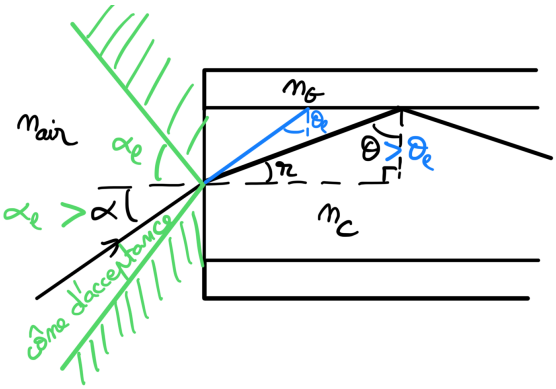


8. $n > 1{,}5$

3 Applications

a) Cône d'acceptance et dispersion intermodale dans une fibre optique





`tinyurl.com/fibre-optique`

On se débrouille pour qu'il y ait réflexion totale à l'interface entre le cœur et la gaine de manière à guider l'impulsion lumineuse dans la fibre. Pour ce faire, on envoie sur la fibre des rayons avec des angles incidents α quelconques dont seuls ceux à l'intérieur d'un certain cône (appelé « cône d'acceptance ») vont réussir à rester guider. Détaillons les étapes :

Première interface (air/cœur) : Le rayon pénètre depuis l'air avec un angle indident α et ressort dans la fibre avec un angle réfracté r tel que

$$n_{\text{air}} \sin\alpha = n_C \sin r$$

Deuxième interface (cœur/gaine) : L'interface est maintenant horizontale. Si on note θ l'angle incident, celui-ci est relié au r précédent par

$$\theta = \frac{\pi}{2} - r$$

car ce sont les deux angles non droits d'un triangle rectangle. On a donc

$$n_{\text{air}} \sin\alpha = n_C \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = n_C \cos\theta$$

Condition de réflexion totale : on veut en outre qu'il y ait réflexion totale sur cette seconde interface, c'est-à-dire

$$\theta > \theta_\ell = \text{Arcsin}\left(\frac{n_G}{n_C}\right) \quad \Longleftrightarrow \quad \cos\theta < \cos\theta_\ell = \sqrt{1-\sin^2\theta_\ell} = \sqrt{1-\left(\frac{n_G}{n_C}\right)^2}$$

On a donc

$$\boxed{n_{\text{air}} \sin\alpha < \sqrt{{n_C}^2 - {n_G}^2}}$$

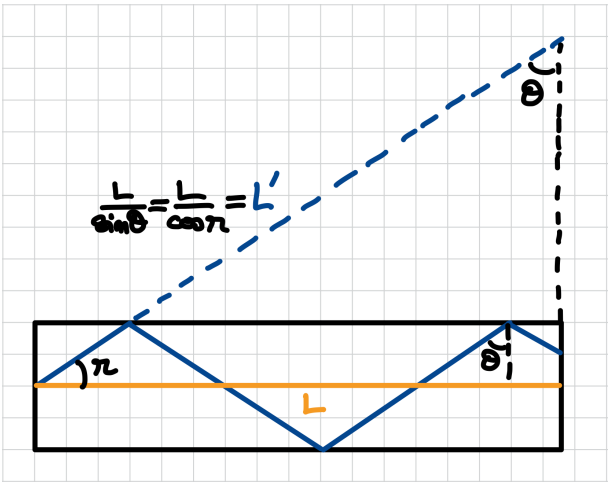
que l'on nomme aussi l'« ouverture numérique » de la fibre.

On a bien prouvé que pour qu'un rayon reste confiné dans la fibre droite, l'angle α d'arrivée dans la fibre doit être inférieur à un certain α_ℓ et que seuls les rayons présents dans ce cône sont « acceptés » pour se propager dans la fibre.

Problème : les rayons correspondant à un même signal ne mettent pas le même temps total à traverser la fibre, il y a étalement de l'impulsion avec les problèmes associés pour la reconnaissance d'un signal clair. La différence de temps entre le rayon qui sort en premier de la fibre et celui qui sort en dernier est appelé dispersion intermodale. Calculons-le.

Le rayon qui se propage selon l'axe de la fibre est dit en « mode axial ». C'est le plus rapide car il parcourt la distance la plus faible (L) à la vitesse de propagation de la lumière dans le cœur d'indice n_C ($v = c/n_C$). Ainsi,

$$t_{\text{axial}} = \frac{L}{v} = \frac{n_C L}{c}$$



Les autres modes sont dits « modes obliques » et correspondent aux rayons qui sont entrés dans la fibre avec un angle r une fois dans la fibre. On suppose qu'il y a réflexion totale à chaque impact sur la gaine et en dépliant le rayon, on reconnaît un triangle rectangle d'angle r dont l'hypothénuse correspond à la distance L′ que l'on veut calculer. Elle est alors reliée à la longueur L de la fibre par $\cos r = L/L'$ soit $L' = L/\cos r$. Le temps correspondant vaut alors

$$t_{\text{oblique}} = \frac{L'}{v} = \frac{n_C L}{c \cos r}$$

Ne reste plus qu'à déterminer le $\cos r$ le plus faible (donc le r le plus grand) qui permette encore une réflexion totale. On l'obtient quand $\theta = \theta_\ell$ l'angle limite de réflexion totale à l'interface entre le cœur et la gaine, soit

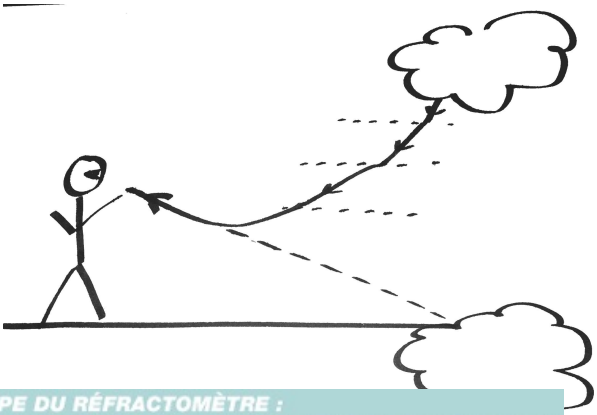
$$\sin\theta_\ell = \frac{n_G}{n_C} \qquad \text{d'où} \qquad \cos r_\ell = \sin\theta_\ell = \frac{n_G}{n_C}$$

Le mode oblique vérifiant $r = r_\ell$ est parfois appelé mode marginal. En remplaçant l'expression de $\cos r$ dans la différence de temps entre les modes axial et marginal donne alors après simplification

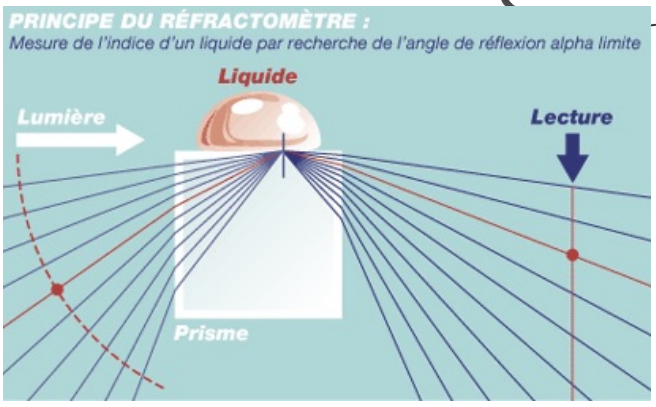
$$\boxed{t_{\text{marginal}} - t_{\text{axial}} = \frac{n_C L}{c}\left(\frac{1}{\cos r_\ell} - 1\right) = \frac{n_C L}{c}\left(\frac{n_C}{n_G} - 1\right) = \frac{n_C L (n_C - n_G)}{n_G c}}$$

b) Milieux d'indice variable

Expérience de l'eau salée. Le milieu est *non* homogène, la loi de propagation en ligne droite ne s'applique donc plus. On peut représenter le milieu comme un milieu stratifié où le rayon est un peu dévié à chaque passage d'interface, toujours vers les milieux d'indices plus élevés (plus froid pour l'air par exemple, donc vers le haut quand le sable du sol est surchauffé par le Soleil, d'où l'apparition des mirages).



c) Réfractomètre



On note n l'indice de la goutte, N celui du verre, θ l'angle que font les rayons avec la verticale au niveau de la goutte, i l'angle avec l'horizontale dans l'air et r l'angle avec l'horizontale dans le verre.

Il existe un angle limite à partir duquel la luminosité de l'image observée en sortie change du tout au tout. C'est l'angle pour lequel la réflexion au niveau de la goutte devient totale. On doit avoir au changement de luminosité $\theta = \theta_{\text{lim}}$ avec $\sin\theta_{\text{lim}} = (n/N)$. Or $\theta = \pi/2 - r$ et la relation de Descartes à l'entrée donne $\sin i = N\sin(r)$. Ainsi

$$\sin(i_{\text{lim}}) = N\sin(r_{\text{lim}}) = N\cos(\theta_{\text{lim}}) = N\sqrt{1-\sin^2(\theta_{\text{lim}})} = N\sqrt{1-\left(\frac{n}{N}\right)^2} = \sqrt{N^2 - n^2}$$

dont on extrait

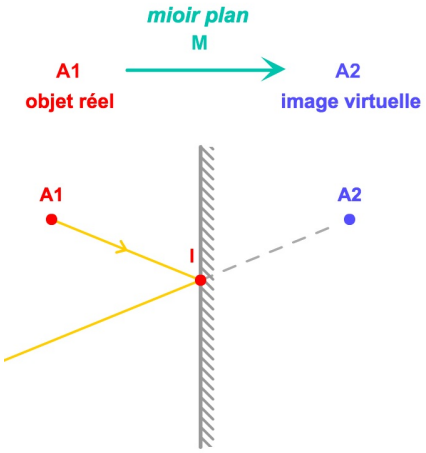
$$\boxed{n = \sqrt{N^2 - \sin^2(i_{\text{lim}})}}$$

Partie III

Deux systèmes optiques simples

1 Miroir plan[9]

a) Construction des rayons issus d'une source ponctuelle

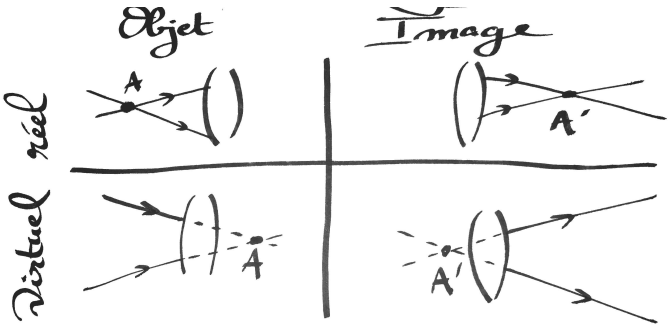


Voir aussi `http://tinyurl.com/miroir-plan`

b) Objet/Image

L'objet est le point dont proviennent ou semblent provenir tous les rayons qui traversent le système optique.

L'image est le point vers lequel convergent ou semblent converger tous les rayons ayant traversé le système.



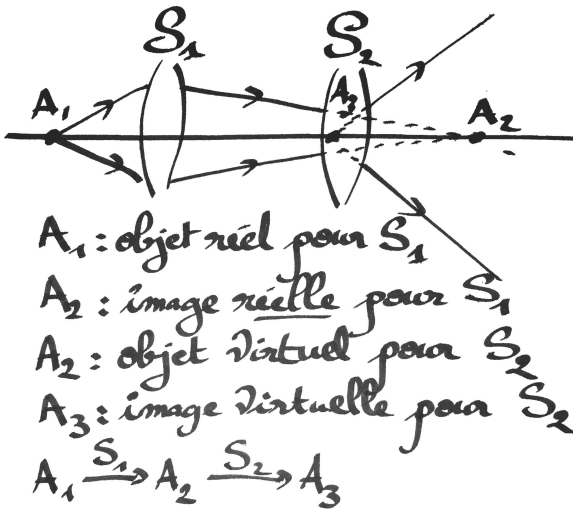
c) Réalité/Virtualité

Un objet ou une image sont dits réels s'ils sont effectivement le point de rencontre des rayons lumineux traversant le système considéré.

Un objet ou une image sont dits virtuels s'ils ne sont que l'intersection des prolongements des rayons traversant le système.

Attention, une image virtuelle peut très bien être un objet réel pour le système optique suivant et réciproquement.

9. *Notions à connaître* : Miroir plan



d) Relation de conjugaison du miroir plan

La construction géométrique montre que l'image est forcément le symétrique de l'objet par rapport au miroir. En notant H le projeté orthogonal de l'objet A sur le miroir, on a la relation de conjugaison

$$\boxed{\overline{HA} = -\overline{HA'} \qquad \text{ou} \qquad \overline{HA} + \overline{HA'} = 0}$$

où $\overline{HA}$ est la distance *algébrique* de H à A, c'est-à-dire qu'elle est positive si elle va dans le même sens que le sens des rayons lumineux incidents (par convention) et négative si elle va dans le sens contraire. Pour un objet réel, on a ici $\overline{HA} < 0$ alors qu'on aurait $\overline{HA} > 0$ pour un objet virtuel.

Ainsi, l'image d'un objet réel par le miroir est virtuelle alors que l'image d'un objet virtuel est réelle.

Le miroir est aussi dit rigoureusement stigmatique et rigoureusement aplanétique avec les définitions suivantes de ces deux notions.

e) Stigmatisme/aplanétisme

Le système est dit rigoureusement stigmatique si pour le couple A/A′, tous les rayons issus de A convergent en A′ après passage dans le système optique.

Le système est dit aplanétique si l'image d'un objet plan perpendiculaire à l'axe optique est elle-même plane et perpendiculaire à l'axe optique.

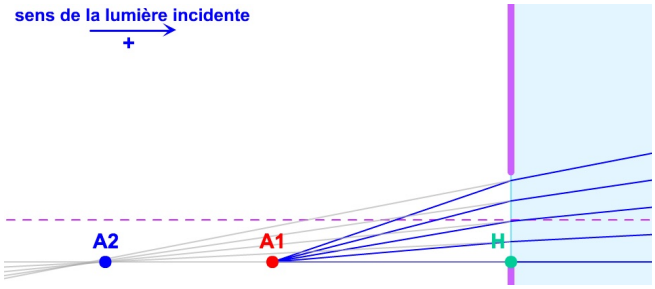
Le miroir plan est le seul système (à ma connaissance) qui soit à la fois rigoureusement stigmatique et rigoureusement aplanétique.

EXERCICE *S1*.8 Narcissisme, bis

Reprendre l'exercice *S1*.3 avec la notion d'image au travers du miroir.

2 Dioptre plan

a) Construction des rayons issus d'une source ponctuelle



Voir aussi `http://tinyurl.com/dioptre-plan`

b) Relation de conjugaison

Appelons i_1 l'angle qu'un rayon incident fait avec la normale au dioptre dans le milieu n_1 et i_2 l'angle du rayon réfracté avec la normale dans le milieu n_2. Avec H le projeté orthogonal de A_1 sur le dioptre et I le point d'intersection du rayon considéré sur le dioptre, la trigonométrie appliquée aux triangles A_1HI et A_2HI donne les relations

$$\tan i_1 = \frac{HI}{HA_1} \qquad \text{et} \qquad \tan i_2 = \frac{HI}{HA_2}$$

soit

$$\frac{HA_2}{HA_1} = \frac{\tan i_1}{\tan i_2} = \frac{\sin i_1}{\sin i_2} \times \frac{\cos i_2}{\cos i_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{\cos i_2}{\cos i_1}$$

Le terme en $\cos i_2 / \cos i_1$ dépend de l'angle incident i_1 du rayon choisi, donc la position de « l'image » A_2 aussi : il ne peut pas y avoir de stigmatisme puisque si on choisit un autre rayon, le point A_2 sera placé à un autre endroit !

On voit que, pour qu'il y ait stigmatisme, c'est-à-dire pour que l'on trouve toujours A_2 au même endroit quel que soit le rayon choisi, on doit se débrouiller pour que le terme $\cos i_2 / \cos i_1$ soit quasi-constant, ce qui est vérifié lorsque i_1 est proche de 0 (on a alors $\cos i_1 \approx 1$), ce qui implique automatiquement que i_2 soit aussi proche de 0 (donc $\cos i_2 \approx 1$ aussi). On parle « d'approximation des petits angles » ou encore des « conditions de Gauss [10] » que l'on détaillera dans le prochain chapitre. Dans ces conditions, la relation de conjugaison s'écrit, une fois remise l'algébrisation,

$$\frac{\overline{HA_2}}{\overline{HA_1}} = \frac{n_2}{n_1} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\frac{n_1}{\overline{HA_1}} = \frac{n_2}{\overline{HA_2}}}$$

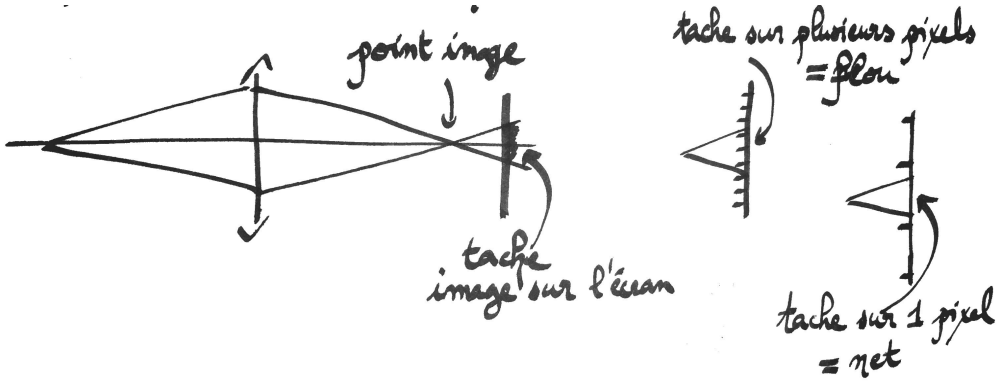
> En prenant des notation légèrement différentes (A pour A_1, n pour n_1, A′ pour A_2 et n' pour n_2), on trouvera aussi
>
> $$\boxed{\frac{n}{\overline{HA}} = \frac{n'}{\overline{HA'}}}$$
>
> qui peut s'interpréter comme suit si on considère un objet A réel :
>
> — n est l'indice du milieu dans lequel se trouve effectivement l'objet
>
> — n' est l'indice dans lequel se trouve l'observateur et dans lequel l'observateur « croit » que se trouve l'image (s'il n'a pas vu qu'il y avait une interface comme lorsqu'on regarde dans une piscine où l'eau est parfaitement immobile de sorte que ne puisse pas être sûr qu'elle soit bien là).

10. *Notions à connaître* : Conditions de Gauss.

EXERCICE *S19* Le pêcheur pêché

Un pêcheur (Chuck) dont l'œil est à 60 cm au-dessus de la surface regarde Maurice qui se trouve sur la verticale à 40 cm sous la surface de l'eau. Maurice regarde aussi Chuck. Les deux observateurs se voient-ils à la même distance l'un de l'autre ?

On remarque sur le schéma ou la simulation que lorsque les angles deviennent plus grand, lorsqu'on s'éloigne des conditions de stigmatisme approché, les rayons ne se croisent plus en un point mais se répartissent sur toute une zone de l'espace. Se pose alors la question de savoir quand le caractère « approché » du stigmatisme est suffisant pour qu'on ne remarque pas ces défauts. La réponse est toute simple, tant que tous les rayons censés arriver au point image tapent le même pixel du détecteur, alors on ne pourra pas discerner avec ce détecteur si le croisement se fait parfaitement en un point ou s'étend sur une certaine zone de l'espace. À toutes fins utiles, l'image sera nette à la précision du détecteur.



Nous détaillerons dans le chapitre suivant ce qu'on appelle les conditions de Gauss, mais elles correspondent au fait de pouvoir obtenir un stigmatisme approché avec un instrument d'optique, ce qui va souvent de pair avec se limiter à de petits angles. Pour ce faire, il faut donc utiliser des diaphragmes pour limiter au maximum les rayons de forte inclinaison. On verra plus particulièrement leur influence lors de l'étude de l'appareil photo.

c) Remarques

Pour un objet réel, l'image est virtuelle, ce qui est le cas le plus courant (observation d'un poisson dans l'eau par exemple). Néanmoins, si on se débrouille pour construire un objet virtuel, alors l'image sera réelle.

Il y a invariance par translation parallèlement au dioptre, ce qui, une fois accepté le stigmatisme approché, impose automatiquement la propriété d'aplanétisme (si on place un objet B_1 au-dessus de A_1 alors son image B_2 sera automatiquement au-dessus de A_2).

Les plongeurs ne sont pas tous marseillais quand ils disent avoir vu un poisson long « comme ça »... Pour eux, on a $n_1 = n_{\text{eau}} = 1{,}33$ et $n_2 = n_{\text{air}} = 1$ de sorte que A_2 est plus proche que A_1. Pour peu que le cerveau remette mentalement le poisson à la juste distance, comme l'angle de vue ne peut pas changer, cela implique que l'estimation de distance transversale est faussée vers le haut de 33%.

Tout le monde a fait l'expérience dite de la « paille cassée » en plongeant une paille dans un verre rempli d'eau. L'explication est pourtant tout à fait naturelle avec le dioptre plan. Comme regarder un objet dans l'eau le rapproche de la surface (ce qui fait qu'il est souvent difficile d'attraper un poisson du premier coup), le bout de paille dans l'eau semble faire un angle différent avec l'interface de sorte qu'elle paraisse brisée.

Un miroir réel protège sa surface métallique par une petite épaisseur de verre qui joue le rôle de dioptre. Cela a pour effet de créer deux images « fantômes » que l'on peut découvrir en regardant dans une glace le matin. L'effet est d'autant plus prononcé que l'incidence est rasante. À vous d'expliquer pourquoi...

CORRECTION *S1*.1 Longueur d'onde dans l'eau

La longueur d'onde dépend du milieu, mais pas la fréquence de la radiation. Ces deux quantités sont reliées par la relation $\lambda\nu = v$ avec v la vitesse de propagation dans le milieu. Ainsi, en comparant l'eau et le vide, il vient

$$\nu = \frac{v_{\text{eau}}}{\lambda_{\text{eau}}} = \frac{c}{\lambda_0} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\lambda_{\text{eau}} = \lambda_0 \frac{v_{\text{eau}}}{c} = \frac{\lambda_0}{n_{\text{eau}}} = 338 \text{ nm}}$$

CORRECTION *S1*.2 Existence des glaces sans tain...

Tout est une question de quantités... La salle d'interrogatoire est toujours fortement éclairée comparée à la salle d'observation (regardez bien la prochaine fois !), de sorte que la lumière réfléchie par la glace est prédominante sur la lumière transmise depuis la salle d'observation, d'où l'impression de miroir vu depuis la salle d'interrogatoire. Inversement, dans la salle d'observation, plongée dans le noir, la lumière réfléchie sur la glace est minoritaire devant celle transmise depuis la salle d'interrogatoire, d'où l'impression de voir parfaitement au travers de la vitre (vous noterez cependant que l'on ressent toujours l'aspect miroir puisque la caméra capte toujours la réflexion de Dinozzo et McGee sur la vitre en plus de l'interrogatoire de Gibbs).

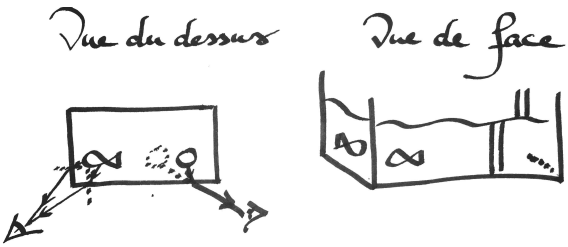
CORRECTION *S1*.3 Narcissisme

En supposant que vous soyez à peu près plan, le triangle allant de vos pieds à vos yeux en passant par un point du miroir est nécessairement isocèle du fait de la loi de Descartes concernant la réflexion. Ainsi, le miroir doit au moins descendre jusqu'à $z_{\min} = 1{,}60/2 = 0{,}8$ m du sol.
De même le triangle allant du sommet de votre crâne jusqu'à vos yeux en passant par un point du miroir est aussi isocèle. Ainsi, le miroir doit avoir une altitude $z_{\max} = \dfrac{z_{\text{tête}} + z_{\text{yeux}}}{2} = 1{,}65$ m
Au final, le miroir mesure $z_{\max} - z_{\min} = 0{,}85$ m et se situe entre $z_{\min} = 0{,}8$ m et $z_{\max} = 1{,}65$ m du sol.

CORRECTION *S1*.4 Réfraction, application directe

On a $i_2 = 50°$, $n_1 = 1{,}5$ (verre) et $n_2 = 1{,}33$ (eau). Ainsi, $\boxed{i_1 = \text{Arcsin}\left(\dfrac{n_2 \sin i_2}{n_1}\right) = 42°}$

CORRECTION *S1*.5 Maurice, ce sacré farceur...



Dans un aquarium rectangulaire, deux faces successives font un angle de 90°. Ainsi, si l'on met son œil dans la direction d'un des coins extérieurs de l'aquarium, il est possible de capter de rayon réfractés sur chacune des deux faces en provenance du même poisson. De même, pour l'épuisette, les rayons en provenance de la partie émergée ne seront pas déviés alors que ceux en provenance de la partie immergée le sont. Ainsi, on aura l'impression que les rayons qui arrivent à l'œil proviennent d'une autre direction que la direction réelle de l'épuisette.

CORRECTION *S1.6* Tube à essai ou biberon de lait à réchauffer

On utilise le principe du retour inverse de la lumière en disant que si on ne voit pas l'épaisseur du verre, c'est que tous les rayons qui entrent dans le verre en provenance d'une direction donnée (par exemple l'horizontale) seront déviée de sorte à entrer en contact avec le liquide intérieur. Les rayons qui ont le plus de chance de passer « autour » sont ceux qui tapent sur les côtés. On considère donc le rayon extrême qui arrive de manière tangente au cercle extérieur. Son angle incident vaut $\pi/2$, l'angle du rayon réfracté est donc tel que $\sin\theta_{\text{lim}} = 1/n$. Or ce rayon réfracté doit, à la limite, toucher le rayon intérieur de manière tangente (formant ainsi un triangle rectangle) et vérifie donc $\sin\theta = R_i/R_e$. En égalant ces deux quantités, on trouve que, à la limite,

$$\boxed{R_i = \frac{R_e}{n}}$$

Si le rayon intérieur est plus faible, on « voit » l'épaisseur du verre alors que s'il est plus grand, on ne le voit pas.

CORRECTION *S1.7* Prisme à réflexion totale

Pour que le rayon ressorte parallèlement à lui-même, il faut qu'il y ait à chaque fois réflexion totale sur chaque interface. Un tout petit peu de géométrie montre que l'angle d'incidence vaut à chaque fois 45° soit $\pi/4$, de sorte que l'indice de réfraction doive vérifier

$$n\sin\frac{\pi}{4} > 1 \qquad \text{soit} \qquad \boxed{n > \frac{1}{\sin\pi/4} = \sqrt{2} \approx 1{,}4142}$$

Si le prisme est en verre, ça marche puisqu'on a bien $n = 1{,}5 > \sqrt{2}$.

CORRECTION *S1.8* Narcissisme, bis

Votre image par le miroir est votre symétrique par rapport au plan du miroir. On peut donc directement utiliser Thalès dans le triangle « Yeux, Tête image, Pied image » pour en déduire que le miroir doit faire au moins la moitié de votre taille totale (faire un dessin). Le placement se déduit aussi par Thalès dans le triangle « Yeux, Pied, Pied image »

CORRECTION *S1.9* Le pêcheur pêché

Utilisons la formule de conjugaison du dioptre plan en orientant l'axe du pêcheur vers Maurice. Du point de vue du pêcheur (point P), Maurice (point M) se situe réellement en $|HM| = 40$ cm dans de l'eau donc $n = 4/3$. Le pêcheur, lui, crois qu'il est dans l'air (donc $n' = 1$) et « crois » le voir à une distance $\left|HM'\right| = |HM|\, n'/n = 30$ cm, soit à une distance totale $\left|PM'\right| = |PH| + \left|HM'\right| = 90$ cm.
Réciproquement, en orientant cette fois-ci l'axe de Maurice vers le pécheur, Maurice pense que le pêcheur est dans de l'eau ($n' = 4/3$) alors qu'en fait il est dans l'air ($n = 1$) à une distance $|HP| = 60$ cm, d'où une impression de le voir en $\left|HP'\right| = |HP|\, n'/n = 80$ cm, c'est-à-dire à une distance totale $\left|MP'\right| = |MH| + \left|HP'\right| = 120$ cm.
Au final, le pêcheur pense que Maurice est plus facile à pêcher qu'il ne l'est en réalité, alors que Maurice ne s'inquiète pas, voyant le pêcheur plus loin qu'il ne l'est réellement.