

Circuit fixe dans un champ variable

Dans tout ce chapitre, nous ferons les hypothèses suivantes :

- les circuits étudiés sont filiformes ;
- les circuits étudiés sont fixes dans le référentiel d'étude ;
- les phénomènes électromagnétiques sont étudiés dans le cadre de l'ARQS.

Partie I

Auto-induction

1 Champ, flux, inductance propre

On considère un circuit filiforme fermé \mathcal{C} parcouru par un courant d'intensité $i(t)$ (dont on ne précise pas l'origine). Le champ magnétique créé en tout point de l'espace par ce courant peut être calculée dans l'ARQS et est appelé « champ magnétique propre », noté $\vec{B}_p(M, t)$. Le flux propre Φ_p est le flux du champ magnétique $\vec{B}_p(M, t)$ créé par le circuit à travers le circuit lui-même :

$$\Phi_p = \iint_{M \in \mathcal{C}} \vec{B}_p(M, t) \cdot d\vec{S}$$

Le champ propre est proportionnel au courant i . Il y a donc proportionnalité entre le flux propre et l'intensité. On définit alors l'inductance propre du circuit \mathcal{C} par la relation

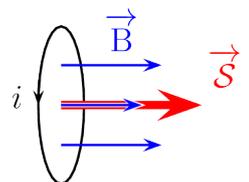
$$\Phi_p = Li \quad \Leftrightarrow \quad L = \frac{\Phi_p}{i}$$

Remarques :

- L'inductance propre ne dépend que de la géométrie du circuit (forme, nombre de spires etc.) et est donc constante pour un circuit fixe et indéformable.
- L'inductance propre est aussi appelée : coefficient d'inductance propre, coefficient d'auto-inductance ou encore « self » (abrégé de « self inductance » en anglais).
- L'inductance propre est toujours positive et s'exprime en henry (H).

Démonstration

Compte tenu des orientations, si $i > 0$, alors le champ magnétique créé \vec{B} est orienté selon la règle de la main droite, donc dans le même sens que le vecteur surface \vec{S} . Donc $i > 0 \Rightarrow \phi > 0 \Rightarrow L > 0$. Le raisonnement fonctionne aussi si on suppose $i < 0$.



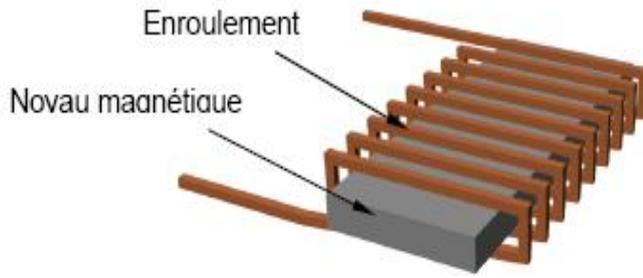


Figure 5.1 – Une bobine est constituée d'un enroulement de fils souvent autour d'un noyau de fer afin de démultiplier le champ magnétique, donc le flux et donc l'inductance propre du circuit.

— Pour obtenir un circuit d'inductance propre élevée, il faut fabriquer une bobine : cela permet de créer un champ propre intense et d'avoir un flux propre important.

2 Force électromotrice d'auto-induction – loi d'Ohm généralisée

Si l'intensité du courant parcourant le circuit varie dans le temps, le flux propre varie et il apparaît une fém induite appelée force électromotrice autoinduite ou d'auto-induction :

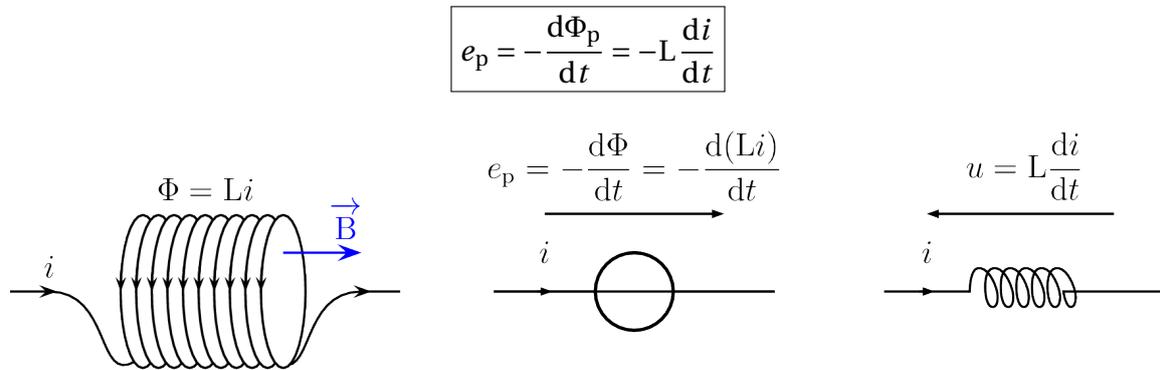
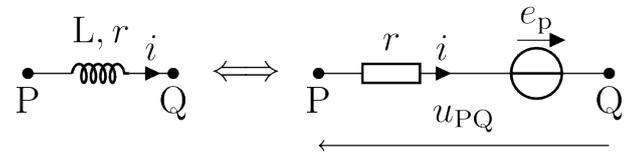


FIGURE 5.2 – Bobine, vue comme un générateur de tension de f.é.m. $-L \frac{di}{dt}$, ce qui est équivalent à retrouver la loi présentée en convention récepteur en début d'année : $u = L \frac{di}{dt}$.

Pour tenir compte du phénomène d'auto-induction, il faut donc ajouter dans le schéma d'un circuit (d'inductance propre non négligeable) un générateur fictif de f.é.m. orientée dans le sens conventionnel positif pour l'intensité.

Dans le cas où les phénomènes d'autoinduction sont essentiellement dus à la présence d'une bobine, on peut négliger l'autoinduction dans le reste du circuit et remplacer la bobine de résistance r et d'inductance L par le circuit équivalent ci-contre. La tension est bien donnée par



$$u_{PQ} = r i - e_p = r i + L \frac{di}{dt}$$

Si le champ magnétique est la superposition d'un champ extérieur et du champ propre, le flux magnétique total à travers le circuit est la somme du flux propre et du flux « extérieur » :

$$\Phi_{tot} = \Phi_p + \Phi_{ext}$$

La loi de Faraday s'écrit alors

$$e_{tot} = -\frac{d\Phi_{tot}}{dt} = -\frac{d\Phi_p}{dt} - \frac{d\Phi_{ext}}{dt}$$

et la loi d'Ohm généralisée

$$u_{PQ} = r i - e_{tot} = r i + L \frac{di}{dt} + \frac{d\Phi_{ext}}{dt}$$

3 Aspect énergétique

On a vu en cours d'électricité¹ que l'énergie « emmagasinée » par une inductance propre L à l'instant t est donnée par :

$$\mathcal{E}_{\text{mag}}(t) = \frac{1}{2} L i^2(t)$$

Cette énergie est d'origine magnétique et due à la présence du champ magnétique propre².

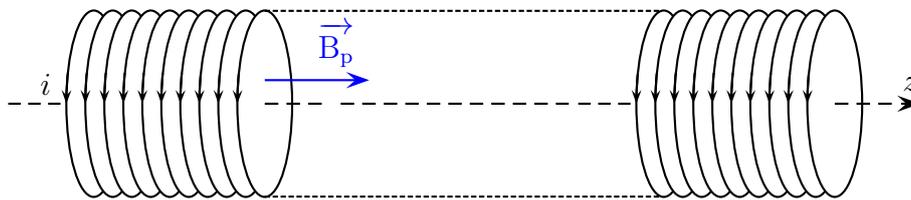
4 Inductance propre d'un solénoïde

On considère un solénoïde circulaire de section \mathcal{S} , de rayon a (donc $\mathcal{S} = \pi a^2$) et de longueur suffisamment grande pour que le solénoïde soit supposé infini. On considère une tranche de longueur de ce solénoïde et on note n le nombre de spires par mètre. Chaque spire est parcourue par un courant d'intensité i . Le champ magnétique est nul à l'extérieur et vaut $\vec{B}_p = \mu_0 n i \vec{e}_z$ à l'intérieur.

EXERCICE I Inductance propre d'un solénoïde infini

Déterminer successivement

- le flux φ au travers d'une spire quelconque ;
- le flux propre au travers de toutes les spires d'une tranche de bobine de longueur ℓ ;
- l'inductance propre correspondante.



Tous calculs faits, on obtient

$$L = \mu_0 n^2 \mathcal{S} \ell = \frac{\mu_0 N^2 \mathcal{S}}{\ell}$$

selon que l'on préfère travailler avec le nombre de spires par unité de longueur n ou le nombre effectif N de spires de la tranche de longueur ℓ considérée³.

Partie II

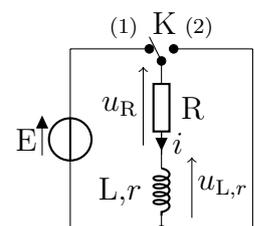
Régime transitoire d'un circuit RL (rappels)

1 Réponse libre

a) Système étudié

On considère le circuit présenté ci-contre. Le régime permanent continu est supposé établi de sorte que

$$i = i_0 = \frac{E}{R + r}$$



1. Chapitre S7 si je ne m'abuse.

2. Ce qui justifie ce que je vous avais à l'époque affirmé sans autre démonstration...

3. Car en pratique, nos bobines infinies sont de longueur finie.

L'interrupteur K est placé en position 2 à l'instant $t = 0$. Donc, pour $t > 0$, on a

$$u(t) = u_R(t) + u_{L,r}(t) = 0$$

b) Évolution du courant

Pour $t > 0$, la loi des mailles précédente fournit l'équation différentielle

$$Ri(t) + ri(t) + L \frac{di}{dt} = 0 \quad \text{soit} \quad \boxed{\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = 0 \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{L}{R+r}}$$

Compte tenu de la condition initiale et de la continuité du courant dans la bobine, on obtient

$$\boxed{i(t) = \frac{E}{R+r} e^{-t/\tau}}$$

et on retrouve tous les résultats développés dans le chapitre 38 sur les régimes transitoires du premier ordre avec notamment la tangente à l'origine qui coupe l'asymptote (ici l'axe des abscisses) pour $t = \tau$, temps pour lequel le courant ne vaut plus que 37% de sa valeur initiale.

SCHEMA

c) Évolution de la tension aux bornes de la bobine

La relation
$$u_{L,r}(t) = ri(t) + L \frac{di}{dt} = -Ri(t)$$

conduit à

$$\boxed{u_{L,r} = -\frac{R}{R+r} E e^{-t/\tau}}$$

à partir de laquelle on peut à nouveau retrouver τ en regardant le temps d'intersection de la tangente à l'origine avec l'asymptote (ici aussi nulle car au bout d'un temps infini, toute l'énergie aura été dissipée dans les différentes résistances du circuit).

SCHEMA

Dans le cas, somme toute assez courant, où l'on néglige r devant R , cette relation se simplifie en

$$\boxed{u_L(t) = -E e^{-t/\tau}}$$

2 Réponse à un échelon de tension

a) Système étudié

On étudie le même système que précédemment, sauf qu'à $t = 0$, l'interrupteur passe de l'état (2) à l'état (1), ce qui revient à rebrancher le système sur le générateur E.

b) Évolution du courant

Cette fois, le second membre n'est plus nul et on arrive en suivant le même chemin à l'équation différentielle

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = \frac{E}{L} \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{L}{R+r}$$

Compte tenu de la condition initiale ($i = 0$) et de la continuité du courant dans la bobine, on obtient

$$i(t) = \frac{E}{R+r} (1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{L}{R+r}$$

L'asymptote n'est à présent plus nulle, mais la détermination de τ au croisement de la tangente à l'origine et de l'asymptote tient toujours.

SCHEMA

c) Évolution de la tension aux bornes de la bobine

La relation
$$u_{L,r}(t) = r i(t) + L \frac{di}{dt} = E - R i(t)$$

conduit à

$$u_{L,r} = E - \frac{R}{R+r} E (1 - e^{-t/\tau}) = \frac{r}{R+r} E + \frac{R}{R+r} E e^{-t/\tau}$$

à partir de laquelle on peut à nouveau retrouver τ en regardant le temps d'intersection de la tangente à l'origine avec l'asymptote (qui n'est ici nulle que si l'on se place dans le cadre où $r \ll R$).

SCHEMA

3 Bilan énergétique

Concernant l'analyse énergétique, il ressort du fait que le courant tend vers une constante (valant $E/(R+r)$) dans le circuit que l'énergie dissipée par la résistance est non bornée (tant qu'il y a du courant, il y a dissipation d'énergie qui devient de plus en plus importante car la puissance dissipée ne tend jamais vers 0) et donc, malgré le caractère borné de l'énergie stockée dans la bobine, le générateur fournit une énergie infinie si on le laisse branché pendant un temps infini. Contrairement au condensateur (où au moins une partie de l'énergie donnée se retrouvait dans le condensateur), la bobine n'est pas un bon moyen de stocker de l'énergie sur le long terme. En revanche, elle va permettre d'en transférer d'un système à un autre.

Points à retenir :

- Il est possible d'emmagasiner de l'énergie électro-magnétique dans des champs électriques et magnétiques dans le vide et dans la matière.
- Le champ apparaît du point de vue macroscopique comme un continuum capable d'emmagasiner, de transférer et de transporter de l'énergie.

Partie III

Interaction magnétique entre deux bobines

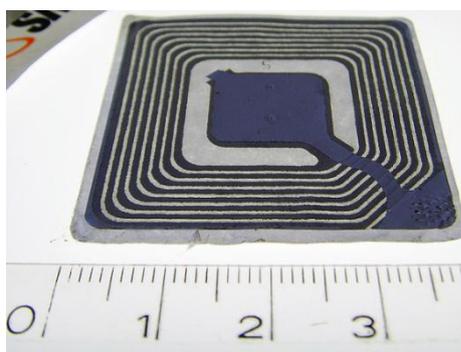
On dit qu'un couplage par induction mutuelle existe entre deux circuits électriques lorsque la variation du champ magnétique créé par l'un est sensible à l'endroit où se trouve l'autre.

1 Exemples concrets

Une pince ampèremétrique permet de mesurer l'intensité dans un circuit électrique en régime variable. Le fil parcouru par le courant à mesurer est placé à l'intérieur de la pince. Le fil et le circuit contenu dans la pince sont alors couplés par inductance mutuelle : la mesure de la tension aux bornes de la pince permet de déterminer l'intensité dans le fil.



Identification radiofréquence La radio-identification plus souvent désignée par le sigle RFID (de l'anglais Radio Frequency IDentification) est une méthode pour mémoriser et récupérer des données à distance en utilisant des marqueurs appelés « radio-étiquettes » (« RFID tag » ou « RFID transponder » en anglais). Les radio-étiquettes sont de petits objets, tels que des étiquettes autoadhésives, qui peuvent être collées ou incorporées dans des objets ou produits et même implantées dans des organismes vivants (animaux, corps humain). Les radio-étiquettes comprennent une antenne associée à une puce électronique qui leur permet de recevoir et de répondre aux requêtes radio émises depuis l'émetteur-récepteur.

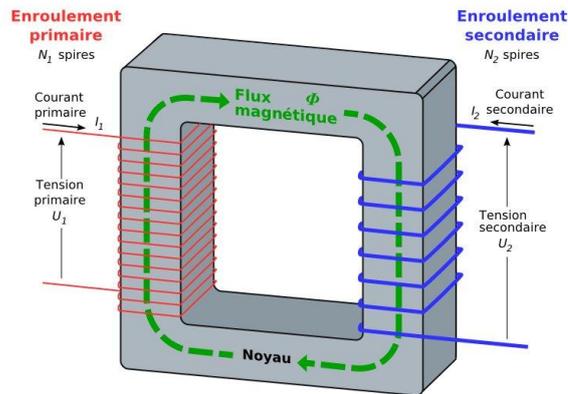


Cartes sans contact La technologie sans contact permet de régler les achats sans placer la carte dans un lecteur. Il suffit de la faire glisser sur un terminal de paiement spécialisé, à l'instar de certains badges d'accès ou de certains titres de transport.



Sa fabrication est semblable à celle d'une carte bancaire classique avec toutefois une différence notable : elle est composée d'une couche de PVC supplémentaire sur laquelle est déposée une antenne radio microscopique intérieure qui communique avec un terminal adapté.

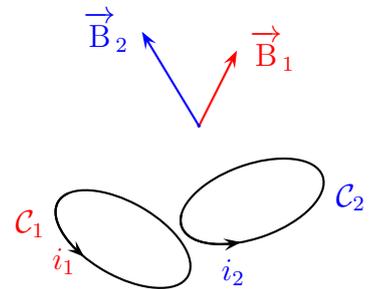
Transformateurs Les transformateurs électriques fonctionnent en couplant par inductance mutuelle deux circuits électriques. On en verra le fonctionnement détaillé par la suite.



2 Inductance mutuelle

a) Présentation du phénomène

On considère deux circuits fixes et indéformables \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 parcourus par des courants i_1 et i_2 . Le champ magnétique en tout point M est la somme des champs créés par chacun des circuits. Un phénomène d'induction apparaîtra lorsque le flux du champ total variera dans l'un ou l'autre circuit.



Pour un circuit donné, si le flux varie par suite de la variation de l'intensité du courant dans le circuit lui-même, il s'agit d'*auto-induction*, si c'est dans l'autre circuit que l'intensité varie, on parlera alors de phénomène d'*induction mutuelle*.

b) Coefficient de mutuelle inductance

Commençons par définir toutes les notations que l'on va employer :

- \vec{B}_1 le champ magnétique créé par \mathcal{C}_1 ;
- \vec{B}_2 le champ magnétique créé par \mathcal{C}_2 ;

— $\Phi_{p,1}(t)$ et L_1 le flux et l'inductance propre de \mathcal{C}_1 :

$$\Phi_{p,1}(t) = \iint_{\mathcal{S}_1} \vec{B}_1 \cdot \vec{n}_1 dS_1 = L_1 i_1(t)$$

— $\Phi_{p,2}(t)$ et L_2 le flux et l'inductance propre de \mathcal{C}_2 :

$$\Phi_{p,2}(t) = \iint_{\mathcal{S}_2} \vec{B}_2 \cdot \vec{n}_2 dS_2 = L_2 i_2(t)$$

— $\Phi_{2 \rightarrow 1}$ le flux de $\vec{B}_2(t)$ à travers \mathcal{C}_1 :

$$\Phi_{2 \rightarrow 1}(t) = \iint_{\mathcal{S}_1} \vec{B}_2 \cdot \vec{n}_1 dS_1$$

— $\Phi_{1 \rightarrow 2}$ le flux de $\vec{B}_1(t)$ à travers \mathcal{C}_2 :

$$\Phi_{1 \rightarrow 2}(t) = \iint_{\mathcal{S}_2} \vec{B}_1 \cdot \vec{n}_2 dS_2$$

Le champ \vec{B}_1 étant proportionnel à i_1 , il en est de même pour $\Phi_{1 \rightarrow 2}$. Le raisonnement inverse peut se faire pour $\Phi_{2 \rightarrow 1}$ de sorte que l'on puisse introduire M_{12} et M_{21} les deux coefficients d'induction mutuels tels que

$$\Phi_{1 \rightarrow 2} = M_{12} i_1 \quad \text{et} \quad \Phi_{2 \rightarrow 1} = M_{21} i_2$$

Les flux totaux Φ_1 et Φ_2 au travers des deux circuits sont donc donnés par

$$\Phi_1 = \Phi_{p,1} + \Phi_{2 \rightarrow 1} = L_1 i_1 + M_{21} i_2 \quad \text{et} \quad \Phi_2 = \Phi_{p,2} + \Phi_{1 \rightarrow 2} = L_2 i_2 + M_{12} i_1$$

Les coefficients M_{12} et M_{21} ne dépendent que de la géométrie des circuits et de leur position relative. Leur signe dépend des orientations choisies pour les deux circuits : il peut être positif ou négatif. Ils s'expriment en henry (H) tout comme le coefficient d'auto-inductance. Nous admettrons le théorème de Neumann qui dit que ces deux coefficients sont en fait égaux et on notera simplement M le coefficient d'inductance mutuelle

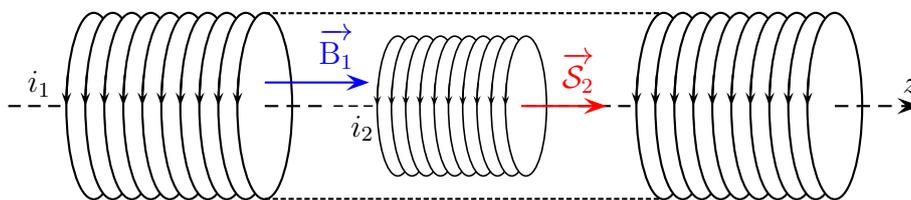
$$M_{12} = M_{21} = M$$

c) Inductance mutuelle de deux bobines coaxiales

On considère deux bobines coaxiales dont la plus grande (de longueur ℓ_1) est supposée suffisamment longue pour que le champ produit en son sein soit celui d'une bobine infinie. Les bobines sont supposées disposer de respectivement N_1 et N_2 spires de rayons respectifs R_1 et R_2 .

EXERCICE 2 inductance mutuelle de deux bobines coaxiales

- Déterminer le flux de \vec{B}_1 au travers d'une spire de la seconde bobine.
- En déduire l'expression de l'inductance mutuelle des deux circuits.



Tous calculs faits, on obtient

$$M = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\ell_1} \pi R_2^2$$

3 Équations électriques de deux circuits couplés

On considère deux circuits « couplés par inductance mutuelle » c'est-à-dire pour lesquels la variation du champ magnétique créé par l'un est sensible dans l'autre.

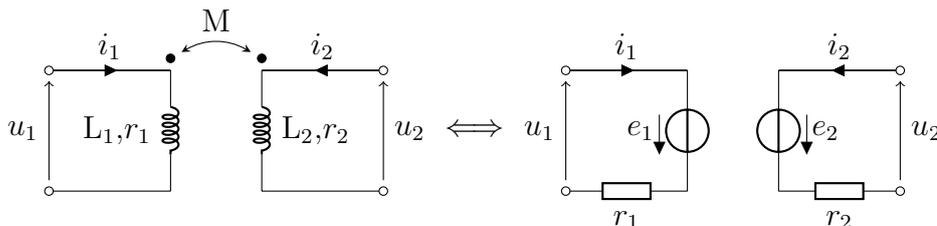


Figure 5.3 – Bobines couplées par inductance mutuelle et circuit électrique équivalent

La figure 5.3 montre deux tels circuits. On symbolise le couplage sur le schéma de gauche par la double flèche courbe. Le schéma de droite est le circuit équivalent tenant compte du couplage avec les f.é.m. e_1 et e_2 définies par la loi de Faraday

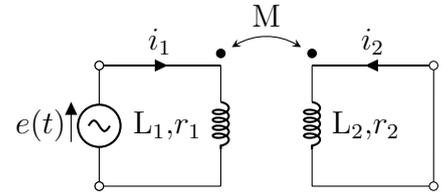
$$e_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} \quad \text{et} \quad e_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

On obtient alors les équations électriques suivantes pour les deux circuits couplés

$$\begin{cases} u_1 = r_1 i_1 - e_1 = r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ u_2 = r_2 i_2 - e_2 = r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \end{cases}$$

EXERCICE 3 Circuits couplés par inductance mutuelle

On considère le schéma électrique ci-contre où l'on a branché un GBF de f.é.m. $e(t) = E_g \cos \omega t$ sur le premier circuit et court-circuité le second. Calculer, en utilisant les notations complexes, l'expression des courants i_1 et i_2 dans chaque circuit.



4 Aspect énergétique du couplage par mutuelle inductance

a) Bilan de puissances instantanées

On suppose que les deux circuits précédents couplés sont alimentés par des générateurs tels que ceux-ci injectent dans l'ensemble des deux une puissance instantanée

$$\mathcal{P}(t) = \mathcal{P}_1(t) + \mathcal{P}_2(t) = u_1(t) i_1(t) + u_2(t) i_2(t)$$

En utilisant les équations électriques des deux circuits couplés on établit

$$\mathcal{P}(t) = r_1 i_1^2 + r_2 i_2^2 + L_1 \underbrace{i_1 \frac{di_1}{dt}}_{\frac{d}{dt}(\frac{1}{2} i_1^2)} + L_2 \underbrace{i_2 \frac{di_2}{dt}}_{\frac{d}{dt}(\frac{1}{2} i_2^2)} + M \underbrace{\left(i_1 \frac{di_2}{dt} + \frac{di_1}{dt} i_2 \right)}_{\frac{d}{dt}(i_1 i_2)}$$

$\mathcal{P}(t) = \underbrace{r_1 i_1^2 + r_2 i_2^2}_{\text{Dissipée par effet Joule}} + \underbrace{\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2 \right)}_{\text{Puissance récupérée par les bobines}} + \underbrace{M i_1 i_2}_{\text{Partie mutuelle}}$

b) Bilan d'énergie

On rappelle que la puissance instantanée est la dérivée de l'énergie reçue par rapport au temps

$$\mathcal{P}(t) = \frac{dE}{dt}$$

ainsi $\mathcal{P}(t) dt$ représente l'énergie élémentaire reçue par le système considéré pendant une durée infinitésimale dt . On peut donc donner le bilan sous forme énergétique en distinguant les 3 formes d'énergies suivantes :

- L'énergie dissipée par effet Joule dans les résistances pendant chaque intervalle de temps dt

$$d\mathcal{E}_{\text{Joule}} = r_1 i_1^2 dt + r_2 i_2^2 dt$$

- L'énergie emmagasinée dans chacune des bobines à l'instant t si elles étaient seules

$$\mathcal{E}_{L_1} = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 \quad \text{et} \quad \mathcal{E}_{L_2} = \frac{1}{2} L_2 i_2^2$$

- L'énergie mutuelle qui n'existe que parce que les deux circuits sont parcourus simultanément par un courant.

$$\mathcal{E}_M = M i_1 i_2$$

Finalement, l'énergie magnétique totale emmagasinée à un instant donné dans le dispositif est donnée par

$$\mathcal{E}_{\text{mag}} = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2$$

5 Transformateur de tension

a) Constitution et loi des tensions

Un transformateur est un appareil permettant de changer l'amplitude d'une tension et d'un courant alternatif. Il est utilisé entre autre pour permettre de changer la tension entre une centrale électrique et les lignes à hautes-tensions ou pour ramener la tension de 220 V à quelques dizaines de volts dans un appareil ménager.

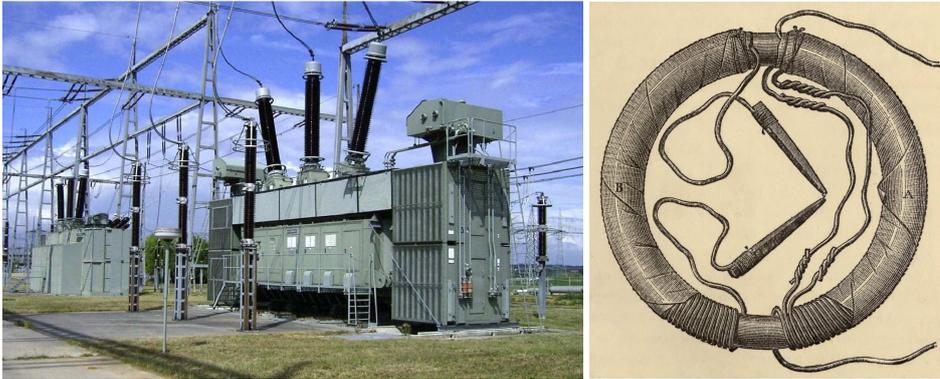


Figure 5.4 – Un transformateur « industriel » EDF (à gauche) et un transformateur mis au point du temps de Faraday (à droite).

Il est généralement constitué d'un matériau ferromagnétique (souvent de forme torique) et de deux fils venant s'enrouler autour de ce matériau. Chacun des fils se comporte comme une bobine avec N_1 et N_2 enroulements. Le matériau ferromagnétique permet de canaliser les lignes de champs (le champ est très intense à l'intérieur du matériau et très faible en dehors).

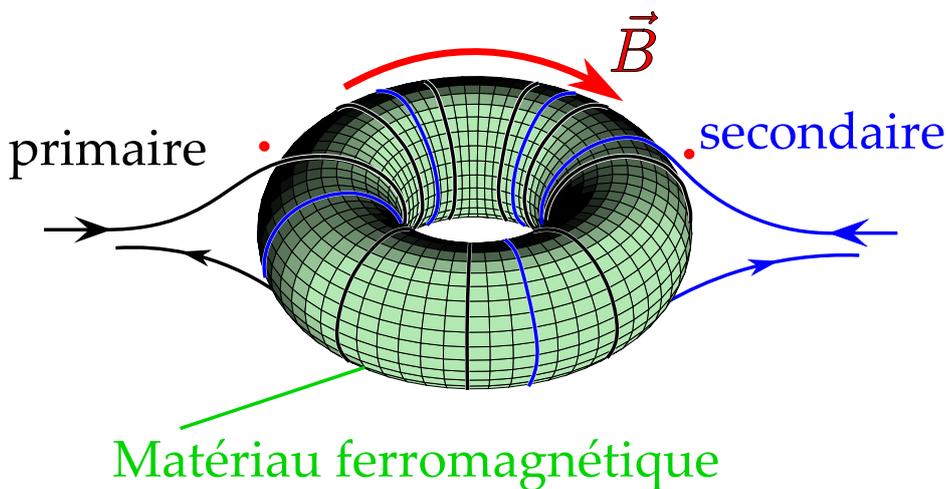


FIGURE 5.5 – À gauche : modélisation du transformateur en tant qu'enroulements primaire et secondaire placés autour d'un matériaux ferromagnétique qui guide parfaitement les lignes de champ de l'un à l'autre. À droite : réalisation pratique d'un tel transformateur, les deux enroulements ont chacun leur couleur propre.

Ici, les circuits électriques sont orientés dans le même sens : ils créent tous les deux un champ magnétique qui tourne dans le sens horaire.

Le matériau ferromagnétique canalisant parfaitement les lignes de champs, le flux à travers chaque spire de l'enroulement 1 est le même qu'à travers chacune des spires de l'enroulement 2.

Si on appelle ϕ_0 le flux à travers une spire, alors les flux à travers les enroulements 1 et 2 sont

$$\phi_1 = N_1\phi_0 \quad \text{et} \quad \phi_2 = N_2\phi_0$$

En utilisant la loi de Faraday, les forces électromotrices en convention générateur sont donc

$$e_1 = -N_1 \frac{d\phi_0}{dt} \quad \text{et} \quad e_2 = -N_2 \frac{d\phi_0}{dt}$$

Comme on considère un transformateur parfait (notamment sans perte donc sans résistances internes), on a directement $u_1 = -e_1$ et $u_2 = -e_2$ avec les conventions de la parties précédente. Ainsi, si l'on fait le rapport des tensions du secondaire et du primaire, on obtient (à condition que $\frac{d\phi_0}{dt} \neq 0$)

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{e_2}{e_1} = \frac{N_2}{N_1} = m$$

où m est appelé « rapport de transformation ».

Remarque importante : pour obtenir ce résultat, il est primordial que ϕ_0 varie au cours du temps pour que sa dérivée ne reste pas constamment nulle. Par conséquent

Un transformateur ne laisse pas passer les tensions constantes.

b) Schéma électrique

Il existe deux symboles pour représenter le transformateur sur un schéma électrique. Le problème est qu'en représentant le transformateur à deux dimensions on perd l'information sur le sens des enroulements. On représente donc par un point la position où les courants entrant correspondent à un flux positif.

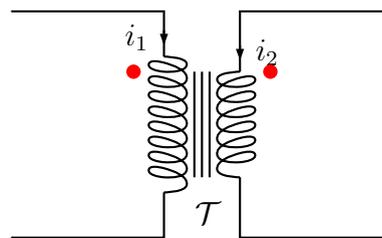
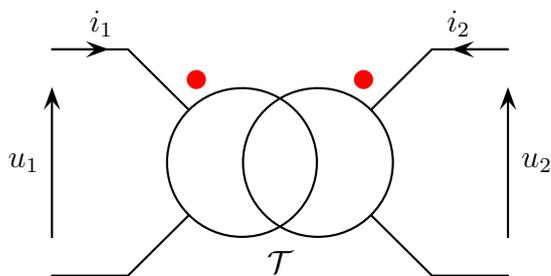


Figure 5.6 – Schématisation électrique du transformateur : le point signifie que si on choisit d'orienter le courant rentrant du côté du point, alors le flux sera compté positivement.

Sur l'exemple de la figure 5.5, les deux bobinages sont dans le même sens, les points se situent donc *tous les deux du même côté*. Par contre, dans la figure 5.7, les bobinages créent un flux opposés.

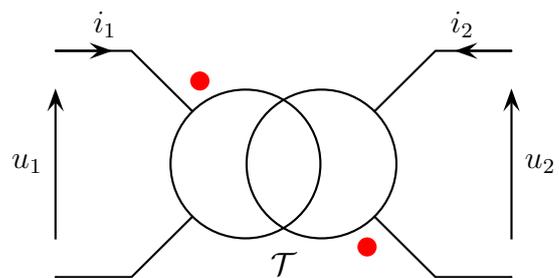
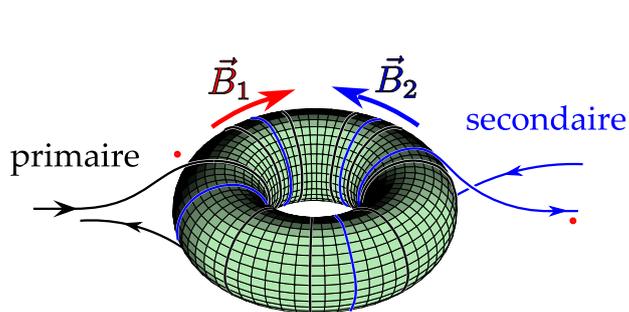


FIGURE 5.7 – Transformateur avec enroulements de sens contraires : cela rajoute un signe à l'affaire.

Dans ce cas, si ϕ_0 est le flux à travers une spire de l'enroulement 1, alors le flux à travers une spire de l'enroulement 2 est $-\phi_0$ et la loi des tensions devient

$$\frac{u_2}{u_1} = -\frac{N_2}{N_1} = -m$$

c) Transfert de puissance et loi des courants

Dans le cas où le transformateur est idéal (pas de perte d'énergie), toute l'énergie reçue par le bobinage 1 est transmise au bobinage 2 qui se comporte alors comme un générateur (ce qui revient à dire que la somme algébrique des puissance reçue est nulle). Ainsi, on peut écrire dans ce cas

$$u_2 i_2 = -u_1 i_1$$

On peut du coup en tirer une indication sur le rapport des courants au secondaire et primaire puisque

$$\frac{i_2}{i_1} = -\frac{u_1}{u_2} = -\frac{1}{m}$$

d) Applications du transformateur

Pour transporter l'énergie électrique sur de grandes distances, on a intérêt à le faire avec un courant faible pour obtenir un compromis plus favorable entre la section des conducteurs (moins de matière et donc moins de poids) ou réduire les pertes ohmique (en RI^2). Le transformateur permet de réduire le courant transporté, au prix d'une élévation de la tension : c'est grâce au transformateur que l'on peut utiliser les lignes haute-tension.

Parce que le transformateur ne fonctionne qu'en courant alternatif, la distribution d'énergie électrique en courant alternatif s'est imposée.

Partie IV

Chauffage par induction, courants de Foucault

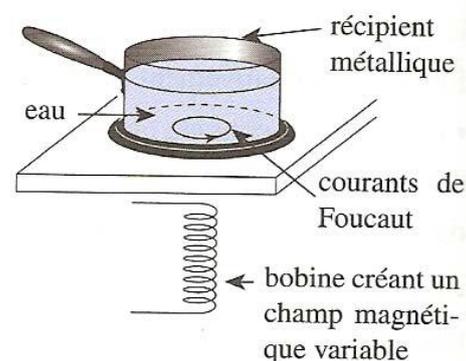
1 Plaque à induction

Le chauffage par induction repose sur les courants de Foucault et l'effet Joule qu'ils entraînent dans la masse d'un conducteur ohmique.

Dans ce type de plaque, des inducteurs magnétiques sont placés sous la surface en vitrocéramique. Ces inducteurs génèrent un champ magnétique (car ils sont parcourus par un courant électrique à haute fréquence : 50 kHz) qui induit des courants électriques dans le métal de la casserole.

Ces courants produisent par effet joule de l'énergie thermique (chaleur) en circulant dans le métal de la casserole. Avec une plaque à induction, la surface de la plaque reste presque froide, seulement chauffée par la casserole elle-même.

Il y a donc peu de risques de se brûler en touchant la plaque après retrait de l'ustensile et aucun risque à la prise en main de son manche, un moins grand risque de se brûler sur les bords de casseroles lorsqu'elles sont non pleinement remplies, ni sur leurs couvercles. Les casseroles doivent être d'un métal magnétique, c'est-à-dire qu'un aimant doit pouvoir se coller dessus. Autrement dit, les casseroles à base de fer fonctionnent bien, alors que celles à base de cuivre ou d'aluminium ne sont pas utilisables. Les plaques à induction sont très intéressantes en cuisine, car elles n'ont pas d'inertie thermique tout comme le gaz, du fait qu'il n'y a pas de pièce intermédiaire et que la chaleur naît directement dans le fond de la casserole. Lorsque l'on coupe l'alimentation électrique, la chauffe cesse immédiatement. Elles sont aussi intéressantes car il n'y a pas d'émission de chaleur ailleurs que dans la casserole ainsi qu'une moindre déperdition énergétique et donc une moindre dispersion de chaleur dans la cuisine.



2 Échauffement d'un transformateur

On appelle courants de Foucault les courants électriques créés dans une masse conductrice par un phénomène d'induction électromagnétique. Ce phénomène a été découvert par le physicien français Léon Foucault en 1851.

Les courants de Foucault sont responsables d'une partie des pertes (pertes par courants de Foucault) dans les circuits magnétiques des machines électriques alternatives et des transformateurs. C'est la raison pour laquelle les circuits magnétiques sont feuilletés afin de limiter ces courants et les pertes par effet Joule, ce qui améliore ainsi le rendement global des transformateurs.

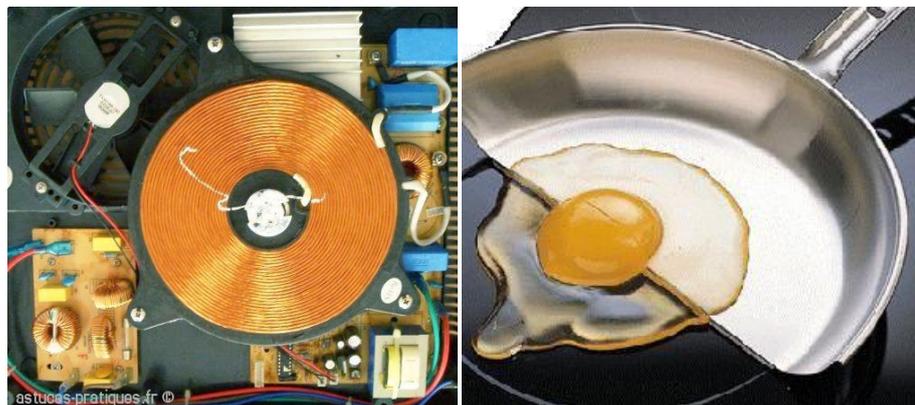


Figure 5.8 – Vue de l'intérieur d'une plaque à induction (à gauche). On y reconnaît notamment la grosse bobine (centre droit) responsable du champ, le ventilateur (en haut à gauche) nécessaire pour évacuer l'excédent de chaleur et le circuit à base de production du courant hyperfréquence. À droite, mise en évidence du fait que ce n'est pas la plaque qui chauffe mais bien la casserole : la partie de l'œuf sur la plaque reste crue.

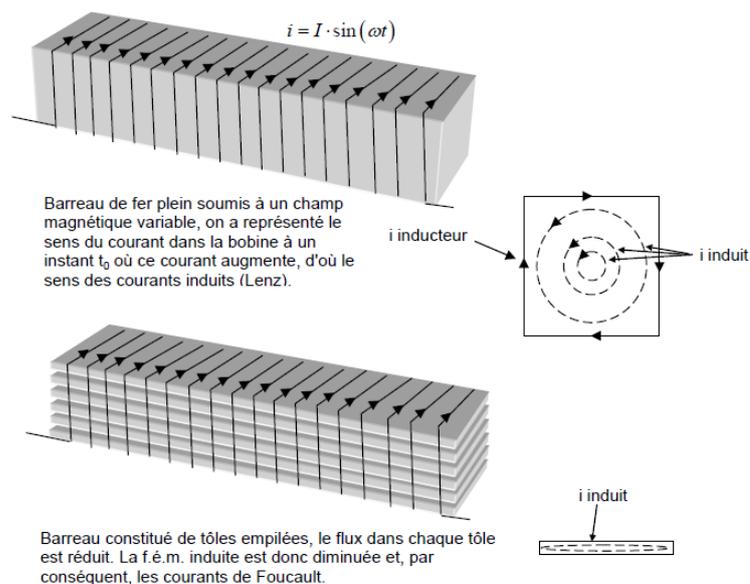


Figure 5.9 – Illustration de l'avantage du feuilletage qui limite le nombre de boucles de courants susceptibles de dissiper de l'énergie par effet Joule.

CORRECTION 1 Inductance propre d'un solénoïde infini

Le flux φ au travers d'une spire quelconque du solénoïde est donnée par

$$\varphi = B_p \times \mathcal{S} = \mu_0 n i \times \mathcal{S}$$

Il y a $N = n\ell$ spires dans une tranche de longueur ℓ de solénoïde, d'où un flux propre total

$$\Phi_p = N\varphi = \mu_0 n^2 i \mathcal{S} \ell$$

On en déduit

$$L = \frac{\Phi_p}{i} = \mu_0 n^2 \mathcal{S} \ell = \frac{\mu_0 N^2 \mathcal{S}}{\ell}$$

CORRECTION 2 inductance mutuelle de deux bobines coaxiales

Le champ magnétique produit par la plus grande des deux bobines est assimilable à celui d'une bobine infinie de sorte que

$$\vec{B}_1 = \mu_0 n_1 i_1 \vec{e}_z = \mu_0 \frac{N_1}{\ell_1} i_1 \vec{e}_z$$

Le flux $\varphi_{1 \rightarrow 2}$ de ce champ au travers d'une spire de la seconde bobine s'écrit donc

$$\varphi_{1 \rightarrow 2} = \iint_{\mathcal{S}_2} \vec{B}_1 \cdot d\vec{S} \vec{e}_z = B_1 \times \mathcal{S}_2 = \mu_0 \frac{N_1}{\ell_1} i_1 \times \pi R_2^2$$

Le flux total au travers de la seconde bobine s'écrit donc simplement, puisque le champ \vec{B}_1 est uniforme sur la seconde bobine (hypothèse d'interaction totale),

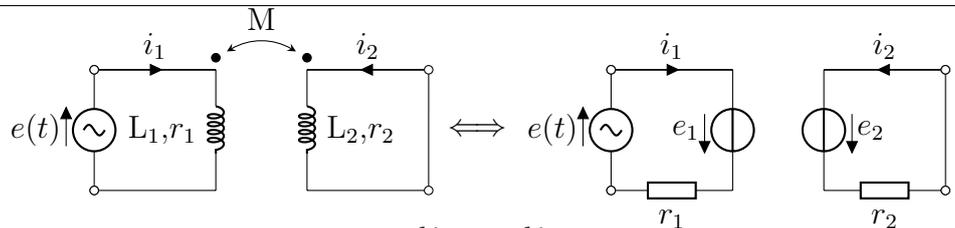
$$\Phi_{1 \rightarrow 2} = N_2 \varphi_{1 \rightarrow 2} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\ell_1} \pi R_2^2 i_1 = M i_1$$

soit

$$M = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{\ell_1} \pi R_2^2$$

CORRECTION 3 Circuits couplés par inductance mutuelle

Lorsqu'on prend le circuit équivalent, on se retrouve avec le schéma ci-contre. On peut alors écrire les équations de couplage suivantes



$$\begin{cases} E_g \cos \omega t = r_1 i_1 - e_1 = r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ 0 = r_2 i_2 - e_2 = r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \end{cases}$$

En passant en complexes

$$\begin{cases} E_g e^{j\omega t} = r_1 \underline{i}_1 + jL_1 \omega \underline{i}_1 + jM \omega \underline{i}_2 \\ 0 = r_2 \underline{i}_2 + jL_2 \omega \underline{i}_2 + jM \omega \underline{i}_1 \end{cases}$$

La seconde équation permet de se débarrasser de \underline{i}_2 au profit de \underline{i}_1

$$\underline{i}_2 = \frac{-jM\omega}{r_2 + jL_2\omega} \underline{i}_1$$

que l'on peut réinjecter dans la première pour obtenir

$$E_g e^{j\omega t} = \left[\frac{(r_1 + jL_1\omega)(r_2 + jL_2\omega) + M^2\omega^2}{r_2 + jL_2\omega} \right] \underline{i}_1$$

soit

$$\underline{i}_1 = \frac{r_2 + jL_2\omega}{(r_1 + jL_1\omega)(r_2 + jL_2\omega) + M^2\omega^2} E_g e^{j\omega t} \quad \text{et} \quad \underline{i}_2 = \frac{-jM\omega}{(r_1 + jL_1\omega)(r_2 + jL_2\omega) + M^2\omega^2} E_g e^{j\omega t}$$